

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

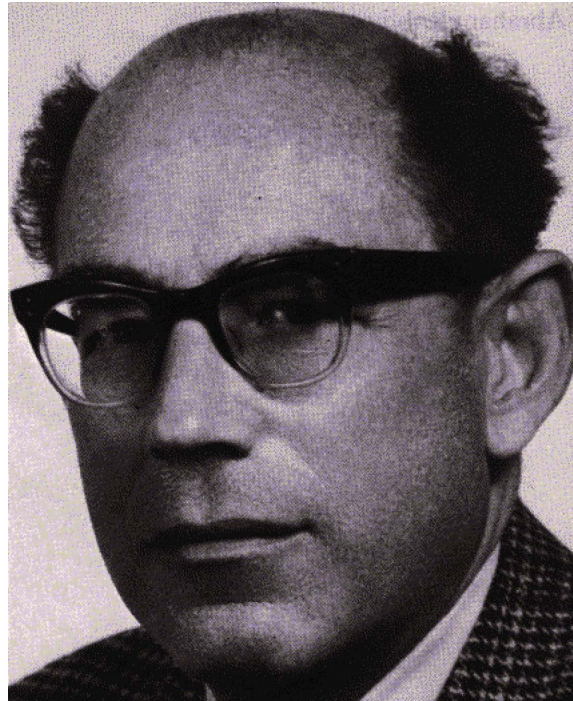
Siberian Electronic Mathematical Reports

<http://semr.math.nsc.ru>

*Том 10, стр. А.35–А.41 (2013)*УДК 51
MSC 01A15АБРАХАМ РОБИНСОН —
СОЗДАТЕЛЬ НЕСТАНДАРТНОГО АНАЛИЗА

С. С. КУТАТЕЛАДЗЕ

ABSTRACT. This is a short biographical sketch and tribute to Abraham Robinson (1908–1974) on the 95th anniversary of his birth.



KUTATELADZE, S.S., ABRAHAM ROBINSON, THE CREATOR OF NONSTANDARD ANALYSIS.

© 2013 KUTATELADZE S. S.

Поступила 18 июня 2013 г., опубликована 19 июня 2013 г.

В этом году математики мира вспоминают выдающегося ученого Абрахама Робинсона (1918–1974). Его основополагающий вклад в теорию дельта-крыла и теорию моделей служит убедительным доказательством неразрывного единства теоретических и прикладных исследований.

ВЕХИ ЖИЗНИ

Абрахам Робинсон родился 6 октября 1918 г. в Нижней Силезии в небольшом прусском городке Вальденбурге (ныне это польский Валбжих)¹. В Америке его впоследствии называли коротко *Abby*.

Свое имя Абрахам — Аби — получил в честь отца, скончавшегося молодым незадолго до рождения своего младшего сына. В то время фамилия Робинсон писалась *Robinson* с буквой *n*. Отец Аби был гебраистом, талмудистом и сионистом. Дед Аби по материнской линии также был талмудистом. Гебраистика — древнееврейская филология. Дядя Аби Исак был знаменитым и успешным хирургом, и Аби со старшим братом Саулом проводили лето у него в доме под Веной.

В 1925 г. мать Аби — Лотта Робинсон — переехала вместе с детьми в столицу Силезии Бреслау, где в то время жили многие евреи. Братья учились в частной еврейской школе, организованной рабби Максом Симонсоном, который по-отечески относился к младшим Робинсонам, говоря, что Саул чрезвычайно одарен, а Аби — гений.

В 1933 г. после прихода к власти Гитлера семья Робинсонов эмигрировала в Палестину. Поселились в Иерусалиме, где Аби посещал школу Рехавии, выделяясь совершенством своего иврита. Состоял с братом в нелегальной организации Хагана по противодействию арабам. Впоследствии Хагана стала основой Армии обороны Израиля.

В 1936 г. Робинсон поступил на математический факультет Еврейского университета Иерусалима — в Математический институт Эйнштейна. Его руководителем стал Абрахам Френкель.

В 1939 г. вышла первая работа Робинсона в *Journal of Symbolic Logic* (еще с *n* в фамилии автора). В январе 1940 г. Робинсон вместе со своим товарищем Флейшером переехал в Париж в Сорбонну. Но в июне в Париж вошли немцы, и Аби с Флейшером пришлось бежать через Бордо в Англию, где он записался в «Свободную Францию» де Голля. В декабре 1941 г. Аби взяли в Британское министерство авиационной промышленности, и вскоре он попал в Фарнборо.

В декабре 1942 г. Робинсон писал своим университетским наставникам в Иерусалим, что решил принять участие в общей борьбе и применить свои знания прикладной математики. Он отмечал, что переход к приложениям математики удался ему как бы сам собой. Робинсон занимался задачей о сравнении одномоторных и двухмоторных самолетов, где предложил аналог вариационного метода Прандтля, а также задачей об усталости или разрушении воздушного судна.

В 1944 г. Робинсон женился на Рене Копель, занимавшейся модельной фотографией. С Рене Аби прожил до конца своих дней.

Робинсон входил в группу по изучению немецких ракет Фау-2, а также в британскую разведывательную миссию, касавшуюся аэрокосмических исследований в Германии. В 1946 г. Робинсон вернулся в Иерусалим, чтобы сдать экзамены

¹Подробности биографии см. в [1]–[3].

на магистерскую степень. Оказалось «физика — хорошо, математика — отлично». В это время Аби немного работал совместно с Теодором Моцкиным.

В 1946 г. в Англии в Кренфилде был создан Королевский колледж авиации. Робинсону предложили позицию старшего лектора по математике с зарплатой 700 фунтов в год. Интересно, что Робинсон — единственный из преподавателей, который научился пилотировать. Аби стал соавтором теории дельта-крыла для сверхзвуковых полетов, в 1947 г. выучил русский язык, чтобы следить за советской научной периодикой.

Для получения степени PhD Робинсон поступил в Колледж Беркбека, где учились уже зрелые люди — вечерники и те, кто посещал отдельные курсы. Научным руководителем Аби в этом колледже был венгр Поль Диенис, который вызвал интерес Робинсона к методам суммирования (потом это проявилось в работе с Куком, также преподававшим в Колледже Беркбека). Диенис был человеком широких взглядов, интересовавшимся алгеброй и основаниями математики. На этом фоне Робинсон вернулся к логике и в 1947 г. представил диссертацию «О метаматематике алгебры».

В 1951 г. Робинсон переехал в Канаду, где работал в Университете Торонто на факультете прикладной математики. Читал курсы дифференциальных уравнений, механики жидкости и аэродинамики, руководил аспирантами-прикладниками. Аби занимался анализом подобия и написал «Основания анализа размерностей» — работу, опубликованную только после его кончины в 1974 г.

Робинсон был пионером теории дельта-крыла, но эти его исследования в Фарнборо были строго засекречены. В Торонто Робинсон написал свой главный труд по аэродинамике — книгу «Теория крыла», основанную на курсах, прочитанных в Кренфилде, и исследованиях, выполненных им уже в Канаде. В качестве соавтора Робинсон пригласил своего бывшего студента по Кренфилду Джона Лауэрмана. В книге рассмотрены конструкции крыльев при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях в условиях установившегося и неустановившегося течений. Книгу высоко оценил Джеймс Лайтхилл, создатель аэроакустики, один из самых крупных механиков XX века. Робинсон выполнил интересные работы по обледенению и волнам в эластичных средах, но к середине 1950-х годов его интерес к прикладной тематике постепенно угас. Робинсон продолжал читать лекции по прикладной математике, но организовал семинар по логике для небольшой группы заинтересованных студентов.

В 1952 г. Робинсон принял участие в коллоквиуме по математической логике в Париже. Интересно отметить сделанный там комментарий Робинсона по поводу «крыльев логики». Луи Кутюра отмечал, что символическая логика дала крылья математике. На что последовало возражение Пуанкаре, что «вместо того, чтобы дать математике крылья, логика заковала математику в цепи». Робинсон отметил, что каким бы великим математиком ни был Пуанкаре, насчет логики он неправ.

Важным событием 1957 г., когда Робинсон уже искал работу за пределами Канады, стал Летний институт по логике в Корнелле, затаенный Полем Халмошем в рамках Американского математического общества. Халмош писал Эдвину Хьюиту, который курировал организацию летних институтов, что логика — живой предмет, который развивается, но не получает финансирования от адмиралов флота и магнатов промышленности. Идею Халмоша поддержали

Хенкин и Тарский. Встреча в Корнелле ознаменовала старт бурного прогресса логики в США. Робинсон выступил с тремя лекциями об относительной модельной полноте и элиминации кванторов, о приложениях теории полей и о доказательстве теорем «человеком, логиком и машиной». Любопытно, что Халмош объявил себя на конференции «логиком *humoris causa*». Его будущие инвективы в адрес нестандартного анализа тому некоторое свидетельство².

В 1957 г. Робинсон покинул Канаду и вернулся в Израиль в свою *alma mater*, где читал общие курсы линейной алгебры и гидродинамики, а также специальный курс логики. В 1959 г. его пригласили прочесть курс механики жидкости в Вейсмановском институте. Несмотря на признание его заслуг в механике, в личном творчестве Робинсона прикладная тематика практически сошла на нет, хотя Аби никогда не терял интереса к приложениям. Алек Янг, специалист по теории крыла, отмечал, что каждый чувствовал, что прикладной математик в Аби всегда поблизости в полной готовности откликнуться на яркий вызов приложений. После выхода на пенсию Френкеля, Робинсон занял пост декана математического факультета в *alma mater*.

В 1960 г. Робинсон провел саббатикал в Принстоне. На Конгрессе по логике, методологии и философии науки он сделал доклад «Последние достижения теории моделей», в котором дал широкий анализ пионерских работ А. И. Мальцева, фактически открытых Робинсоном логикам США. Робинсон особо подчеркивал важность исследований Мальцева, прекрасно демонстрирующих, как прямое применение теории моделей ведет к конкретным алгебраическим результатам.

Вскоре Робинсон получил приглашение прочесть пленарный доклад на юбилейной конференции Ассоциации символической логики, случившейся 24 января 1961 г. Эта дата стала днем рождения нестандартного анализа.

Летом того же года Робинсон получил приглашение работать в Калифорнийском университете Лос-Анджелеса (UCLA), куда и перешел с июля 1962 г. Одним из первых идеи нестандартного анализа подхватил Вим Люксембург, выдающийся специалист в области функционального анализа, занимавшийся теорией банаховых решеток³. В мае 1962 г. Робинсон писал Люксембургу: «В последнее время я думаю о проблемах из функционального анализа, но насколько я вижу, наши интересы могут пересекаться и здесь. В общем и целом, насколько позволяют мои стандартные обязанности, я живу сейчас в нестандартном математическом мире...». Так это продолжалось уже до конца его жизни.

Робинсон старался демонстрировать богатство новых идей в самых разнообразных задачах. Он писал о технике нестандартного анализа в теоретической физике, изучал нестандартные точки на алгебраических кривых, работал над применениями новой математической техники к большим экономикам обмена, к интегрированию дифференциальных уравнений и к методам суммирования⁴.

В те годы Робинсон — одна из самых популярных фигур математического сообщества. В 1967 г. он в центре внимания участников первой международной конференции по нестандартному анализу, организованной Люксембургом в Калтехе.

²См. [4, pp. 202–206].

³См. [5], [6].

⁴См. [7]–[11].

В 1967 г. вышел перевод на русский язык книги Робинсона [8]. Главный же его труд по нестандартному анализу по-русски так и не появился на фоне общего роста антисемитизма в академическом мире СССР тех лет.

В 1968 г. по приглашению Натана Джекобсона Робинсон перешел в Йель, где стал наставником большой группы логической молодежи. В 1970 г. Аби сделал доклад на Международном математическом конгрессе в Ницце. В 1971 г. получил позицию Sterling Professorship, прочел лекцию Хендрика на собрании Математической ассоциации Америки, выступил на международном конгрессе по логике, методологии и философии науки в Бухаресте, и т.д. и т.п. В 1972 г. его избирали в Американскую академию искусств и науки, а в 1973 г. Математическое общество Дании наградило его медалью Брауэра.

Исследования Робинсона получили высокую оценку гения логики XX века Курта Гёделя, который видел в Робинсоне своего преемника в Принстоне. Гёдель писал: «есть веские причины полагать, что нестандартный анализ в будущем в той или иной форме станет просто анализом» и отмечал, что «его теория бесконечно малых и ее приложения к аналитическим задачам представляются мне имеющими величайшее значение»⁵. К сожалению, переезд Робинсона в Принстон не состоялся. В ноябре 1973 г. Аби стал ощущать сильные боли, и врачи диагностировали неоперабельный рак поджелудочной железы. Робинсон скончался 11 апреля 1974 г. в возрасте 55 лет.

МЕСТО НЕСТАНДАРТНОГО АНАЛИЗА

Нестандартный анализ Робинсона подытоживает двухтысячелетний этап развития воззрений на актуальную и потенциальную бесконечность, прокладывая наилучший путь в будущее для классического дифференциального и интегрального исчисления, предлагая новую парадигму оснований, свободных от многих ограничений категоричности и предвзятости.

В наши дни нестандартный анализ понимают необыкновенно широко — как раздел математики, основанный на использовании нестандартных моделей теории множеств. Фактически рассматриваются две взаимодействующие модели одновременно. Многие разновидности нестандартного анализа строятся аксиоматически. Наиболее распространены теория внутренних множеств Нельсона и теория внешних множеств Каваи⁶. Эти теории формализуют идеи, восходящие к древнейшим представлениям о различии актуальной и потенциальной бесконечностей. Указанные теории являются консервативными расширениями теории Цермело — Френкеля, имея тот же статус строгости и достоверности для целей обоснования математики. При этом новые теории обладают несравненно более широкими выразительными возможностями для анализа и решения фундаментальных и прикладных проблем.

Содержательным исходным пунктом аксиоматики нестандартного анализа является представление о том, что в каждом бесконечном объекте имеются элементы двух типов. Элементы первого типа доступны нам или прямым или потенциально бесконечным способом в том смысле, что мы можем или указать такие элементы непосредственно или доказать их существование и единственность, используя уже имеющиеся в нашем распоряжении доступные объекты. Доступные в этом смысле элементы называют стандартными, а прочие —

⁵См. [12].

⁶См. [13]–[17].

нестандартными. Нестандартный анализ постулирует, что в каждом бесконечном множестве объектов имеется хотя бы один нестандартный элемент.

Важно осознать, что нестандартный анализ использует новое первичное понятие — свойство объекта быть или не быть стандартным. В «стандартной» математике эта вещь невыразима, и поэтому в ней нельзя говорить об актуальных бесконечно больших и бесконечно малых постоянных величинах. При этом формальная теория нестандартного анализа представляет собой консервативное расширение классической. То есть любое суждение классической математики, доказанное с помощью нестандартного анализа, может быть установлено и без использования новых методов.

В то же время нестандартный анализ способен изучать свойства актуально бесконечных объектов, предлагая новые методы моделирования, недоступные обычной математике. Можно сказать, что нестандартный анализ изучает ровно те же математические объекты, что и вся математика в целом. Однако в каждом объекте он видит дополнительную внутреннюю структуру, которая обычной математикой полностью игнорируется. Иногда метод нестандартного анализа сравнивают с цветным телевидением. Черно-белый телевизор способен видеть те же объекты, что и цветной, но не в состоянии различить богатство расцветок составляющих их элементов. Эта аналогия наглядно иллюстрирует то принципиальное обстоятельство, что роль нестандартного анализа существенно шире, нежели предоставление дополнительных средств для упрощения аппарата обычной математики. Нестандартный анализ открывает нам богатую внутреннюю структуру классических математических объектов, наполненных как доступными, так и только воображаемыми элементами.

Обозреть распространение идей нестандартного анализа не представляется возможным, ровно так же как невозможен обзор приложений дифференциального исчисления или теории вероятностей. Формализм Робинсона используется в математической экономике, менеджменте, гидродинамике, моделировании, программировании, оптимизации. Формализм теории внутренних множеств Эдварда Нельсона существенно расширил и обогатил методологию и сферу приложений нестандартного анализа. Новая парадигма связана с переменной точки зрения на классический континуум. В теории Нельсона инфинитезимальные живут внутри единичного интервала, а не в его нестандартном расширении. Нельзя не отметить реабилитацию частотного подхода Мизеса, осуществленную Нельсоном в его концепции «радикальной элементарной теории вероятностей». Теории внешних множества Хрбачека и Каваи расширили выразительные и технические возможности нестандартного анализа, объединив достоинства формализмов Робинсона и Нельсона.

Математика обязана постоянно приспосабливать себя к общим парадигмам науки. Нестандартный анализ завершает догматический этап развития идей древнего математического атомизма подобно тому, как воображаемая геометрия Лобачевского завершила догматический этап развития евклидовой геометрии. Робинсон предложил новый взгляд на историю математических идей, лежащих в основах анализа. Сегодня его подходы бурно развиваются⁷.

XX век ознаменован освобождением человечества от догматизма и тирании единообразия. Наполненный гремучей смесью гения и злодейства популяции

⁷См. [18].

homo sapiens, XX век останется в истории не веком лютой ненависти и каннибализма, а веком освобождения человечества от фатализма, категоричности, абсолютизма и доминирования. Нестандартный анализ — продукт и источник свободы.

Человечество никогда не расстается со своими интеллектуальными сокровищами. Поэтому нет сомнений в том, что сбудется предсказание Гёделя о судьбе нестандартного анализа, который займет место классического дифференциального исчисления наших дней. Дифференцирование как поиск тенденций и интегрирование как предсказание будущего по тенденциям — вечные технологии сознания. Теперешний анализ лишь малая часть этого. Человечество ждет новые технологии поиска тенденций и формирования прогнозов, использующие математику в целом в объемах, недоступных сегодня. Это и будет анализ будущего, о котором говорил Гёдель.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Mostow G., “Abraham Robinson.” *Israel Math. J.*, **25**:1–2, 5–14 (1976).
- [2] Macintyre A., “Abraham Robinson, 1918–1974.” *Bull. Amer. Math. Soc.*, **83**:4, 646–666 (1977).
- [3] Dauben J. W., *Abraham Robinson: The Creation of Nonstandard Analysis: A Personal and Mathematical Odyssey*. Princeton University Press. Princeton, 1995.
- [4] Halmos P., *I Want to Be a Mathematician. An Automathography*. Springer-Verlag, New York etc., 1985.
- [5] Luxemburg W. A. J. (ed.), *Applications of Model Theory to Algebra, Analysis and Probability*. Holt, Rinehart, and Winston; New York, 1969.
- [6] Luxemburg W. A. J., “A nonstandard approach to Fourier analysis,” in: *Contributions to Nonstandard Analysis*, North-Holland, Amsterdam, 1972, pp. 16–39.
- [7] Robinson A., *Selected Papers, Vol. 2. Nonstandard Analysis and Philosophy*. Yale University Press, New Haven and London, 1979.
- [8] Robinson A., *Introduction to the Theory of Models and to the Metamathematics of Algebra*. North-Holland, Amsterdam, 1963. Изд. «Наука»: М., 1967.
- [9] Robinson A., “The metaphysics of the calculus,” in: *Problems in the Philosophy of Mathematics*, North-Holland, Amsterdam, 1967, **1**, pp. 28–46.
- [10] Luxemburg W. A. J. and Robinson A. (eds.), *Contribution to Non-Standard Analysis*. North-Holland, Amsterdam, 1972.
- [11] Robinson A., *Non-Standard Analysis*, Princeton Univ. Press, Princeton, 1996.
- [12] Gödel K., *Collected Works: Correspondence. Vols. 4 and 5*. Oxford University Press, Oxford, 2003.
- [13] Nelson E., “Internal set theory. A new approach to nonstandard analysis,” *Bull. Amer. Math. Soc.*, **83**:6, 1165–1198 (1977).
- [14] Nelson E., *Radically Elementary Probability Theory*. Princeton University Press, Princeton, 1987.
- [15] Nelson E., “The syntax of nonstandard analysis,” *Ann. Pure Appl. Logic*, **38**:2, 123–134 (1988).
- [16] Kanovei V. and Reeken M., *Nonstandard Analysis, Axiomatically*. Springer-Verlag, Berlin, 2004.
- [17] Гордон Е. И., Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С., *Инфинитезимальный анализ: избранные темы*. Изд. «Наука», М., 2011.
- [18] Bair J., Błaszczyk P., Ely R., Henry V., Kanovei V., Katz K., Katz M., Kutateladze S., McGaffey T., Schaps D., Sherry D., and Shnider S., “Is mathematical history written by the victors?” *Notices of the AMS*, **60**:7, 3–20 (2013).

СЕМЁН САМСОНОВИЧ КУТАТЕЛАДЗЕ
 ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА СО РАН,
 ПР. АКАДЕМИКА КОПТЮГА 4,
 630090, НОВОСИБИРСК, РОССИЯ
E-mail address: sskut@math.nsc.ru