S©MR ISSN 1813-3304

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports
http://semr.math.nsc.ru

Том 10, стр. 436–442 (2013) УДК 519.17+512.54
MSC 05C25

О ГРАФЕ КОММУТИРОВАНИЯ TI-ПОДГРУПП В СИММЕТРИЧЕСКИХ ГРУППАХ

Н.Д. ЗЮЛЯРКИНА

Abstract. We study the commutation graph $\Gamma_G(A)$ of cyclic *TI*-subgroup A of order 4 in a finite group G with quasisimple generalized Fitting subgroup $F^*(G)$. It is proved that, if $F^*(G)$ is a covering group for A_n, then the graph $\Gamma_G(A)$ is edge-regular but not coedge-regular graph.

Keywords: finite group, cyclic *TI*-subgroup, commutation graph.

1. Предварительные результаты

Пусть G — группа, $A \leq G$. Будем говорить что A является TI-подгруппой группы G если для любого элемента $g \in G \setminus N_G(A)$ имеем $A \cap A^g = 1$.

Конечные группы, содержащие 2-группу A, являющуюся TI-подгруппой, широко изучались и в настоящий момент наименее исследованными остались случаи когда A либо циклическая, либо элементарная абелева группа. Заметим, что если A — циклическая группа, то достаточно изучить ситуацию, когда $|A| = 4$.

В дальнейшем будем считать, что G — конечная группа, $A \leq G$, $A \simeq Z_4$, $A = \langle a \rangle$ и $a_0 = a^2$.

Лемма 1. *A является TI-подгруппой в G тогда и только тогда, когда $A \lhd C_G(a_0)$.*

Доказательство. Утверждение следует из определения TI-подгруппы.

Zyulyarkina, N.D., On the commutation graph of cyclic *TI*-subgroup in a symmetric group.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-00012), программы Отделения математических наук РАН (проект 12-Т-1-1003), программ совместных исследований УрО РАН с СО РАН (проект 12-С-1-1018) и с НАН Беларуси (проект 12-С-1-1009).

Поступила 1 мая 2013 г., опубликована 22 мая 2013 г.

Далее будем предполагать, что A является TI-подгруппой конечной группы G.

Одним из основных методов исследования групп, содержащих TI-подгруппу, является индукция. Как было показано в [3], при наличии компонент ситуция сводится к рассмотрению групп вида $G = F^*(G)A$, где $F^*(G)$ — квазипростая группа. Поэтому для построения индукционных предположений полезно иметь информацию о том, для каких известных квазипростых групп возможна такая конструкция, и какими свойствами в таких группах обладает подгруппа A.

В дальнейшем будем считать, что группа G представляется в виде $G = XA$, где $X = F^*(G)$ — это накрывающая группа для A_n.

Для изучения групп с заданными свойствами можно исследовать связанные с ними комбинаторные объекты (графы, схемы, геометрии и др.) Одним из таких объектов является граф коммутирования.

Если G — группа, A — TI-подгруппа группы G, то граф коммутирования $\Gamma_G(A)$ определяется следующим образом:

вершинами графа $\Gamma_G(A)$ являются подгруппы, сопряженные с A, и две вершины смежны тогда и только тогда, когда они различны и коммутируют.

Неориентированный граф Γ будем называть простым, если он не содержит петель и кратных ребер. В дальнейшем будут рассматриваться только простые графы.

Пусть a является вершиной графа Γ. Будем называть окрестностью вершины a множество [a] вершин, смежных с a.

Для смежных (различных не смежных) вершин u и v графа Γ обозначим через $\lambda(u, v)$ ($\mu(u, v)$) число элементов в $[u] \cap [v]$.

Особое внимание в теории графов уделяется графам с различными условиями симметричности. Регулярный, реберно (кореберно) регулярный, вершинно (реберно, кореберно) транзитивный граф будем определять как в [3].

Очевидно, что вершинно транзитивный граф Γ будет регулярным, а реберная (кореберная) транзитивность влечет равенство значений $\lambda(u, v)$ ($\mu(u, v)$) для любых смежных (различных не смежных) вершин u и v из Γ.

Расстоянием между вершинами u и v графа Γ называется число $d(u, v)$, равное длине наименьшего пути, соединяющего u и v. Диаметром графа Γ назовем максимальное значение $d(u, v)$, где u и v пробегают все множество вершин графа Γ. Через $\Gamma_i(u)$ обозначим индуцированный подграф на множестве вершин графа Γ, находящихся на расстоянии i от вершины u. Подграф $\Gamma_1(u) = [u]$ обозначается как $\Gamma(u)$. Регулярный граф Γ диаметра d называется дистанннционно регулярным с массивом пересечений $\{b_0, b_1, \dots b_{d-1}; c_1, c_2, \dots c_d\}$, если для любого $i = 0, 1, \dots d$ числа $b_i = |\Gamma_{i-1}(y) \cap \Gamma(x)|$ и $c_i = |\Gamma_{i+1}(y) \cap \Gamma(x)|$ не зависят от выбора пары вершин x и y, находящихся на расстоянии i в Γ. Заметим, что $b_0 = k$, где k – это параметр регулярности, а $c_1 = 1$.

Граф Γ диаметра d называется дистанционно транзитивным, если для любого $i = 0, 1, \dots d$ группа его автоморфизмов действует транзитивно на множестве упорядоченных пар вершин, находящихся на расстоянии i.

Очевидно, что дистанционно транзитивный граф Γ будет дистанционно регулярным.

Граф Γ называется α-кокликовым расширением графа Δ, если его вершины получаются путем замены каждой вершины v из Δ на коклику C_v, состоящую из α вершин. При этом вершины $x \in C_v$ и $y \in C_w$ для различных v и w смежны тогда и только тогда, когда смежны v и w.

В данной статье продолжается изучение графов коммутирования TI-подгрупп в группах, близких к простым на предмет их симметричности.

2. Циклические TI-подгруппы в симметрических группах.

В данном разделе классифицированы циклические TI-подгруппы порядка 4 в симметрических группах.

Лемма 2. *Пусть $A \leq G$, $N \lhd G$, $a_0 \notin N$, $a_0 \in C_G(N)$ и N содержит не более одной инволюции. Обозначим через $\bar{G}$ группу G/N, а через $\bar{A}$ — образ A при естественном гомоморфизме. Тогда выполнено одно из утверждений:*

(1) $\bar{A}$ — TI-подгруппа порядка 4 в $\bar{G}$.

(2) $C_{\bar{G}}(\bar{a_0}) = \overline{C_G(a_0)}\langle\bar{g}\rangle$, где $g \notin C_G(a_0), g^2 \in C_G(a_0)$. В этом случае N содержит единственную инволюцию n_0 и $a_0^g = a_0 n_0$.

Доказательство. Предположим, что $\bar{A}$ — не TI-подгруппа. Тогда N содержит инволюцию n_0 и существует такой элемент g из G, что $a_0^g = a_0 n_0$. Заметим, что $n_0 \in Z(G)$, и если g_1 такой элемент из G, что $a_0^{g_1} = a_0 n_0$, то $gg_1 \in C_G(a_0)$. Лемма доказана.

Лемма 3. *Пусть X — накрывающая группа для знакопеременной группы A_n, $n \neq 6, 7$, $n \geq 5$. Тогда $X \simeq A_n$, $G \simeq S_n$.*

Доказательство. Сначала предположим что $X \simeq A_n$, $n \geq 5$ и $n \neq 6$. Тогда любая инволюция t из X представляется в виде произведения $2m$ циклов длины 2. Если s — элемент из S_n, такой, что $s^2 = t$, то s представим в виде произведения m циклов длины 4 и r циклов длины 2. Если в представление t входит элемент $(ij)(kl)$, то $C_X(t)$ содержит элементы $(ik)(jl)$, $(il)(jk)$. Если $2m < n$, то $C_X(t)$ содержит подгруппу A_{n-2m}. Ввиду леммы 1 получим, что s — это цикл длины 4, а t — произведение двух циклов длины 2.

Если же X — полная накрывающая группа для A_n, то $\bar{G} = G/Z(X)$ подгруппа из S_n, содержащая A_n. Заметим, что $\bar{A}$ будет являться TI-подгруппой в $\bar{G}$, так как централизаторы инволюций в S_n не содержат конструкции, описанной в лемме 3. Но с другой стороны, полный прообраз в X произведения двух 2-циклов из $\bar{X}$ не содержит элементов порядка 2. Значит случай, когда X — полная накрывающая для A_n невозможен. Лемма доказана.

Лемма 4. *Пусть X — накрывающая группа для одной из знакопеременных групп A_6, A_7. Тогда $X \simeq A_6$, $G \simeq S_6$, соответственно $X \simeq A_7$, $G \simeq S_7$.*

Доказательство. Пусть X — накрывающая группа для A_7. Если $Z(X)$ не содержит элементов нечетного порядка, то доказательство этой леммы повторяет доказательство предыдущей. Если же $|Z(X)|$ делится на 3, то обозначим через Z центральную подгруппу порядка 3 из $Z(X)$ и рассмотрим группу $\bar{G} = G/Z$. По лемме 3 $\bar{A}$ — TI-подгруппа в $\bar{G}$. Следовательно, $|G : X| = 2$ и $\bar{G} \simeq S_7$. Рассмотрим подгруппу $P \in Syl_3(G)$. По лемме 33.15 из [4] P — экстраспециальная группа порядка 27, $P = \langle x, y\rangle$, $|x| = |y| = 3$ и $[x, y] = z$. Пусть t — инволюция из $G - X$, такая, что $\bar{t}$ централизует $\bar{x}$ и инвертирует $\bar{y}$. Заметим, что $G = X\langle t\rangle$. Но t не централизует $z \in O^2(C_X(a_0))$. Противоречие с тем, что $a = bt$, где $b \in X$ и a централизует $O^2(C_X(a_0))$.

Аналогично рассматривается случай накрывающей группы для A_6. Лемма доказана.

3. Граф коммутирования циклических TI-подгрупп в симметрических группах.

В данном разделе будем предполагать, что X — это накрывающая группа для A_n, $n \geq 5$.

Теорема 1. *Пусть X — накрывающая группа для A_n, $n \geq 5$. Тогда справедливы следующие утверждения:*

(*a*) *если $n<8$, то $\Gamma_G(A)$ является кокликой;*

(*b*) *если $n = 8$, то $\Gamma_G(A)$ — это 3-кокликовое расширение лестничного графа на 70 вершинах (объединение 35 компонент связности, каждая из которых является полным двудольным графом $K_{3,3}$);*

(*c*) *если $n = 9$, то $\Gamma_G(A)$ является 3-кокликовым расширением дистанционно регулярного графа диаметра 4 с массивом пересечений $\{5, 4, 4, 3; 1, 1, 2, 2\}$;*

(*d*) *если $n = 10$, то $\Gamma_G(A)$ это 3-кокликовое расширение реберно регулярного графа диаметра 3 на 210 вершинах, с параметрами $k = 15$ и $\lambda = 0$;*

(*e*) *если $n \geq 11$, то граф $\Gamma_G(A)$ является вершинно и реберно транзитивным, но не является кореберно регулярным. Число вершин данного графа равно $n(n-1)(n-2)(n-3)/8$, параметры k и λ равны соответственно $(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)/8$ и $(n-8)(n-9)(n-10)(n-11)/8$. Для различных несмежных вершин c и g параметр $\mu(c,g)$ принимает одно из следующих значений:*

(1) $(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)/8$;
(2) $(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)/8$;
(3) $(n-6)(n-7)(n-8)(n-9)/8$;
(4) $(n-7)(n-8)(n-9)(n-10)/8$.

Все значения $\mu(c,g)$ из (1) – (4) встречаются в данном графе.

Доказательство теоремы проведем с помощью следующих лемм.

Лемма 5. *Пусть X это накрывающая группа для A_6. Тогда $\Gamma_G(A)$ является кокликой.*

Доказательство. Так как $A_6 \simeq PSL_2(9)$, то из описания циклических подгрупп порядка 4 в линейных группах [1] следует, что a_0 соответствует инволюции типа 1 из $GL_2(9)$. По теореме 1 из [2] получаем, что $\Gamma_G(A)$ является кокликой. Лемма доказана.

Ввиду лемм 3 и 4 в дальнейшем можно считать, что $X = A_n$ и $G = S_n$. Пусть $\Omega_n = \{1, 2, \ldots n\}$. Рассмотрим естественное действие G на Ω_n. Для элемента $\sigma \in G$ обозначим через Ω_σ носитель перестановки σ. Таким образом $\Omega_\sigma = \{i \in \Omega_n | \sigma(i) \neq i\}$.

Лемма 6. *Две различные подгруппы $\langle c \rangle$ и $\langle d \rangle$, порожденные циклами длины 4 из S_n, коммутируют тогда и только тогда, когда Ω_c и Ω_d не пересекаются.*

Доказательство. Это устанавливается непосредственной проверкой.

Допустим, что $n \geq 5$ и Δ_n это граф, вершинами которого являются четырехэлементные подмножества из Ω_n, две вершины в котором смежны тогда и только тогда, когда их пересечение пусто.

Лемма 7. *Пусть $n \geq 5$, $G = S_n$, A – подгруппа порядка 4 из G, порожденная 4-циклом. Тогда $\Gamma_G(A)$ является 3-кокликовым расширением графа Δ_n.*

Доказательство. Рассмотрим произвольное четырехэлементное подмножество Y из Ω_n. Тогда в S_n существуют в точности 6 циклов длины 4, для которых Y является носителем. Следовательно, в G есть в точности 3 подгруппы, сопряженных с A, порождающие элементы которых имеют носитель Y. По предыдущей лемме, вершины из $\Gamma_G(A)$, соответствующие данным подгруппам, образуют коклику поряка 3. Подгруппы, которым соответствуют различные носители, будут коммутировать только тогда, когда эти носители не пересекаются. Лемма доказана.

Лемма 8. *Пусть X это A_5 или A_7. Тогда $\Gamma_G(A)$ является кокликой.*

Доказательство. Если $n < 8$, то в Ω_n нет двух четырехэлементных подмножеств, имеющих пустое пересечение. По лемме 6 получаем требуемое.

Лемма 9. *Если $X = A_8$, то $\Gamma_G(A)$ это 3-кокликовое расширение лестничного графа на 70 вершинах.*

Доказательство. Рассмотрим граф Δ_8. Заметим, что для любого четырехэлементного подмножества Y из Ω_8 существует в точности одно четырехэлементное подмножество $\bar{Y} = \Omega_8 \setminus Y$,которое не пересекается с Y. Следовательно, граф Δ_8 регулярен с $k = 1$ и ввиду этого является лестничным графом. Количество вершин в Δ_8 равно $C_8^4 = 70$. По лемме 7 получаем требуемое.

Лемма 10. *Граф Δ_9 является графом диаметра 4, и для различных вершин u и v справедливы утверждения:*

(1) $d(u, v) = 1$ *тогда и только тогда, когда* $|u \cap v| = 0$;
(2) $d(u, v) = 2$ *тогда и только тогда, когда* $|u \cap v| = 3$;
(3) $d(u, v) = 3$ *тогда и только тогда, когда* $|u \cap v| = 1$;
(4) $d(u, v) = 1$ *тогда и только тогда, когда* $|u \cap v| = 2$.

Доказательство. Рассмотрим граф Δ_9. Пусть u и v — вершины данного графа. По определению данного графа $d(u, v) = 1$ тогда и только тогда, когда $|u \cap v| = 0$. Исследуем, при каких условиях $d(u, v) = 2$. Зафиксируем вершину u. Очевидно, что $d(u, v) = 2$ тогда и только тогда, когда существует вершина w, такая, что $d(u, w) = 1$, $d(w, v) = 1$, но $d(u, v) \neq 0, 1$. Зафиксируем w. Из определения смежности в графе Δ_9 получим, что $|u \cap w| = 0$,$|w \cap v| = 0$, но $|u \cap v| \neq 0, 4$. Так как $|\Omega_9 \setminus (u \cup w)| = 1$, то $|u \cap v| = 3$.

Определим теперь, когда $d(u, v) = 3$. Зафиксируем вершину u. Очевидно, что $d(u, v) = 3$ тогда и только тогда, когда существует вершина w, такая, что $d(u, w) = 2$, $d(w, v) = 1$, но $d(u, v) \neq 1, 2$. Зафиксируем w. Из предыдущих рассуждений и определения смежности получим, что $|u \cap w| = 3$,$|w \cap v| = 0$, но $|u \cap v| \neq 0, 3$. Так как $|u \setminus w| = 1$, то $|u \cap v| = 1$.

Далее выясним, когда $d(u, v) = 4$. Зафиксируем вершину u. Очевидно, что $d(u, v) = 4$ тогда и только тогда, когда существует вершина w, такая, что $d(u, w) = 3$, $d(w, v) = 1$, но $d(u, v) \neq 2, 3$. Зафиксируем w. Из предыдущих рассуждений и определения смежности получим, что $|u \cap w| = 1$,$|w \cap v| = 0$, но $|u \cap v| \neq 1, 3$. Следовательно, $|u \cap v| = 2$.

Так как вершины u и v не коммутируют тогда и только тогда, когда $0 < |u \cap v| < 4$ и все варианты таких значений для $|u \cap v|$ были получены выше, то граф Δ_9 имеет диаметр 4 и лемма доказана.

Лемма 11. *Пусть* $X = A_9$. *Тогда* $\Gamma_G(A)$ *является* 3*-кокликовым расширением дистанционно регулярного графа диаметра* 4 *с массивом пересечений* $\{5, 4, 4, 3; 1, 1, 2, 2\}$.

Доказательство. По лемме 7 граф $\Gamma_G(A)$ является 3-кокликовым расширением графа Δ_9. По предыдущей лемме вершины u и v находятся на расстоянии i тогда и только тогда, когда $|u \cap v| = m_i$, где m_i – это константа, зависящая от i. Но тогда для любых пар (u, v) и (u', v') четырехэлементных подмножеств Ω_9, таких что $|u \cap v| = |u' \cap v'| = m_i$ найдется перестановка σ из S_9, индуцирующая автоморфизм графа Δ_9, переводящий (u, v) в (u', v'). Значит, граф Δ_9 дистанционно транзитивен и ввиду этого дистанционно регулярен.

Найдем массив пересечений этого графа. Рассмотрим вершины x и y, находящиеся на расстоянии i. Обозначим через $\Omega_9(x, y)$ множество $\Omega_9 \setminus (x \cup y)$.

Если $i = 0$, то $b_0 = k = \binom{5}{4} = 5$;

Если $i = 1$, то $c_1 = 1$, а $b_1 = |\Gamma_2(y) \cap \Gamma(x)|$. Пусть $w \in \Gamma_2(y) \cap \Gamma(x)$. По лемме 10 получим, что $|x \cap w| = 0$, $|y \cap w| = 3$ и $|x \cap y| = 0$. Тогда $|\Omega_9(x, y)| = 1$. Следовательно, w содержит 3 элемента из y и единственный элемент из $\Omega_9(x, y)$. Таким образом $b_1 = \binom{4}{3} = 4$.

Если $i = 2$, то $b_2 = |\Gamma_3(y) \cap \Gamma(x)|$, а ${}_2 = |\Gamma(y) \cap \Gamma(x)|$. Пусть $w \in \Gamma_3(y) \cap \Gamma(x)$. По лемме 10 получим, что $|x \cap w| = 0$, $|y \cap w| = 1$ и $|x \cap y| = 3$. Тогда $|\Omega_9(x, y)| = 4$. Следовательно, w содержит один элемент из y и 3 элемента из $\Omega_9(x, y)$. Таким образом $b_2 = \binom{4}{3} = 4$. Пусть теперь $w \in \Gamma(y) \cap \Gamma(x)$. По лемме 10 получим, что $|x \cap w| = 0$, $|y \cap w| = 0$. Следовательно, w содержит все 4 элемента из $\Omega_9(x, y)$ и $c_2 = 1$.

Если $i = 3$, то $b_3 = |\Gamma_4(y) \cap \Gamma(x)|$, а ${}_3 = |\Gamma_2(y) \cap \Gamma(x)|$. Пусть $w \in \Gamma_3(y) \cap \Gamma(x)$. Как и раньше получим, что $|x \cap w| = 0$, $|y \cap w| = 2$ и $|x \cap y| = 1$. Тогда $|\Omega_9(x, y)| = 2$. Следовательно, w содержит два элемента из $y \setminus x$ и 2 элемента из $\Omega_9(x, y)$. Таким образом $b_3 = \binom{3}{2} = 3$. Пусть теперь $w \in \Gamma_2(y) \cap \Gamma(x)$. Тогда $|x \cap w| = 0$, $|y \cap w| = 3$. В этом случае w содержит все 3 элемента из $y \setminus x$ и один элемент из $\Omega_9(x, y)$. Следовательно, $c_3 = 2$.

Если $i = 4$, то ${}_4 = |\Gamma_3(y) \cap \Gamma(x)|$. Пусть $w \in \Gamma_3(y) \cap \Gamma(x)$. Как и в предыдущих случаях получим, что $|x \cap w| = 0$, $|y \cap w| = 1$ и $|x \cap y| = 2$. Тогда $|\Omega_9(x, y)| = 3$. Следовательно, w содержит один элемент из $y \setminus x$ и 3 элемента из $\Omega_9(x, y)$. Таким образом $c_4 = 2$. Лемма доказана.

Лемма 12. *Пусть* $X = A_{10}$. *Тогда* $\Gamma_G(A)$ *это* 3*-кокликовое расширение реберно регулярного графа диаметра* 3 *на* 210 *вершинах с параметрами* $k = 15$ *и* $\lambda = 0$.

Доказательство. По лемме 7 граф $\Gamma_G(A)$ является 3-кокликовым расширением графа Δ_{10}. Данный граф содержит $\binom{10}{4} = 210$ вершин. Очевидно, что Δ_{10} вершинно и реберно транзитивен и ввиду этого реберно регулярен. Пусть x – это вершина Δ_{10}. Из определения данного графа получим, что $y \in \Gamma(x)$ тогда и только тогда, когда $|x \cap y| = 0$. Следовательно, $k = \binom{6}{4} = 15$. Для определения параметра λ рассмотрим коммутирующие вершины x и y. Так как $|x \cap y| = 0$, то нельзя подобрать такую вершину z, чтобы выполнялись равенства $|x \cap z| = 0$ и $|y \cap z| = 0$. Поэтому $\lambda = 0$.

Для определения диаметра графа Δ_{10} применяются те же рассуждения, что и в лемме 10. В итоге получим, что для различных вершин u и v будут выполняться утверждения:

(1) $d(u,v) = 1$ тогда и только тогда, когда $|u \cap v| = 0$;
(2) $d(u,v) = 2$ тогда и только тогда, когда $|u \cap v| = 2$ или 3;
(3) $d(u,v) = 3$ тогда и только тогда, когда $|u \cap v| = 1$.
Следовательно, диаметр Δ_{10} равен 3 и лемма доказана.

Завершим доказательство теоремы. Заметим, что случай (a) следует из лемм 5 и 8, случай (b) из леммы 9, случай (c) из леммы 11, а случай (d) из леммы 12. Пусть $n \geq 11$. Ввиду леммы 3 имеем $X = A_n$ и $G = S_n$. Вершинная транзитивность графа $\Gamma_G(A)$ следует из определения данного графа, а реберная транзитивность следует из реберной транзитивности графа Δ_n. Число вершин в $\Gamma_G(A)$ будет равно $3\binom{n}{4} = n(n-1)(n-2)(n-3)/8$, а параметры k и λ вычислятся по формулам $k = 3\binom{n-4}{4} = (n-4)(n-5)(n-6)(n-7)/8$, $\lambda = 3\binom{n-8}{4} = (n-8)(n-9)(n-10)(n-11)/8$.

Пусть теперь c и g различные несмежные вершины графа $\Gamma_G(A)$, которым соответствуют вершины u и v из Δ_n.

Если $|u \cap v| = 4$, то $\mu(c,g) = 3\binom{n-4}{4} = (n-4)(n-5)(n-6)(n-7)/8$ и мы получим (1).

Если $|u \cap v| = 3$, то $\mu(c,g) = 3\binom{n-5}{4} = (n-5)(n-6)(n-7)(n-8)/8$ и имеет место (2).

Если $|u \cap v| = 2$, то $\mu(c,g) = 3\binom{n-6}{4} = (n-6)(n-7)(n-8)(n-9)/8$ и получается (3).

Если $|u \cap v| = 1$, то $\mu(c,g) = 3\binom{n-7}{4} = (n-7)(n-8)(n-9)(n-10)/8$ и мы получим (4).

Теорема доказана.

Список литературы

[1] Н.Д. Зюляркина, *Циклические TI-подгруппы порядка 4 в классических группах Шевалле нечетной характеристики*, Вопросы алгебры и логики. Труды ИМ СО РАН, (1996), 89–110.

[2] Н.Д. Зюляркина, *О графе коммутирования циклических TI-подгрупп в линейных группах.* Труды ИММ УрО РАН, **17**:4 (2011), 114–120.

[3] Н.Д. Зюляркина, *О графе коммутирования циклических TI-подгрупп в ортогональных группах.* Сибирские электронные математические известия, **10** (2013), 180–199.

[4] M. Aschbacher, *Finite group theory.* Cambridge University Press, 1986. MR0895134

Наталья Дмитриевна Зюляркина
Южно-Уральский государственный университет,
пр. Ленина,76 ,
454080, Челябинск, Россия
E-mail address: toddeath@yandex.ru