

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports

<http://semr.math.nsc.ru>

Том 15, стр. 1361–1377 (2018)
DOI 10.17377/semi.2018.15.112

УДК 517.958
MSC 35Q72

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО И ОБЪЕМНОГО
РАССЕЯНИЯ В ЗАДАЧЕ ГИДРОЛОКАЦИИ МОРСКОГО ДНА

С.Ю. ЗИНЬКОВ, А.А. СУЩЕНКО, К.В. СУЩЕНКО

ABSTRACT. We consider the problem of seabottom reconstruction in the fluctuating ocean when the coefficients of seabottom and ocean's surface scattering are known. We studied the kinetic model of acoustic transfer radiation for solving it. The explicit formula for determination of the seabottom scattering coefficient is deduced in the case of single scattering approximation and some assumptions for the directivity pattern of the receiving antenna. Numerical experiments are done.

Keywords: radiative transfer equation, volume scattering, side-scan sonar, directivity pattern, diffusion scattering.

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день в современной литературе учет объемного рассеяния в океане представлен лишь в качестве эмпирических и полуэмпирических моделей [1],[2]. Основные исследования проводились в закрытых бассейнах с ограниченным объемом. Рассеиватели создавались за счет внешних источников, а ослабление сигнала измерялась на малых дистанциях. Это и является главным недостатком и формулирует некоторые вопросы об объективности данных моделей. Кроме того, эмпирические модели учитывают некоторое среднее рассеяние без привязки к его кратности [3]. В данной работе используется кинетическая модель, основанная на интегро-дифференциальном уравнении переноса акустического излучения с соответствующими начальными и граничными условиями [4],[5]. Как правило, больший вклад в суммарный сигнал объемное

ZINKOV, S.YU., SUSHCHENKO, A.A., SUSHCHENKO, K.V., ANALYSIS OF SURFACE AND VOLUME SCATTERING IN THE PROBLEM OF SEABOTTOM SOUNDING.

© 2018 Зиньков С.Ю., Сущенко А.А., Сущенко К.В.

Работа поддержана РФФ (грант 14-11-00079).

Поступила 16 марта 2017 г., опубликована 2 ноября 2018 г.

рассеяние вносит в придонном слое или на дальних дистанциях, ввиду увеличения количества рассеивателей, захваченных диаграммой направленности приемной антенны. Однако в современной литературе не отведено внимание поверхностному рассеянию на границе океан-атмосфера. В данной работе восполняется этот пробел.

На основе кинетической модели, учитывающей объемное и поверхностное рассеяние в среде, формулируется и решается обратная задача: определение функции донного отражения [6],[7]. Особенностью исследования является то, что источник и приемник совмещены на носителе гидролокатора бокового обзора [8]. Проводится исследование полученных формул в зависимости от различных параметров среды и излучения.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Процесс распространения акустических волн на частотах порядка десятков килогерц во флуктуирующем океане в приближении изотропии объемного рассеяния ([9],[10]) может быть описан уравнением переноса излучения [11],[12]:

$$(1) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \mathbf{k} \cdot \nabla I + \mu(\mathbf{r}) I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \sigma \int_{\Omega} S(\mathbf{k}, \mathbf{k}') I(\mathbf{r}, \mathbf{k}', t) d\mathbf{k}' + J(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t),$$

где $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$, $t \in [0, T]$ и волновой вектор $\mathbf{k} \in \Omega = \{\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3 : |\mathbf{k}| = 1\}$. $I(\mathbf{r}, \mathbf{k}', t)$ – плотность потока излучения в точке \mathbf{r} , распространяющегося в направлении \mathbf{k} , со скоростью c , в момент времени t . μ , σ – коэффициенты затухания и рассеяния в среде. S – индикатриса рассеяния, J – источник звукового поля в среде.

1.1. Постановка задачи. Процесс распространения эхосигналов происходит в области $G = \{\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 : -l_d < r_3 < l_o\}$, с границей $\partial G = \gamma_d \cup \gamma_o$, где $\gamma_d = \{\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 : r_3 = -l_d\}$ описывает плоскую поверхность морского дна, границу раздела «океан-земля», $\gamma_o = \{\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 : r_3 = l_o\}$ – плоскую границу раздела «океан-атмосфера». Геометрия задачи представлена на рисунке 1.

Будем предполагать, что функция J описывает точечный изотропный источник звука, перемещающийся в пространстве с постоянной скоростью V вдоль оси r_2 , как показано на рисунке 2, и в моменты времени t_0, t_1, \dots, t_m излучающий последовательность импульсных посылок с мощностью J_0, J_1, \dots, J_m , соответственно [13]. В этом случае J имеет вид:

$$(2) \quad J(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) \sum_{i=0}^m J_i \delta(t - t_i), \quad \mathbf{V} = (0, V, 0),$$

где δ – дельта-функция Дирака.

Пусть

$$\begin{aligned} \Gamma &= \{(\mathbf{V}t, \mathbf{k}, t), \mathbf{k} \in \Omega, t \in (0, T)\}, \\ \Gamma_d^\pm &= \{(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) \in \gamma_d \times \Omega_\pm(\mathbf{r}) \times (0, T)\}, \\ \Gamma_o^\pm &= \{(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) \in \gamma_o \times \Omega_\pm(\mathbf{r}) \times (0, T)\}, \end{aligned}$$

где $\Omega_\pm(\mathbf{r}) = \{\mathbf{k} \in \Omega : \text{sgn}(k_3) = \mp 1\}$.

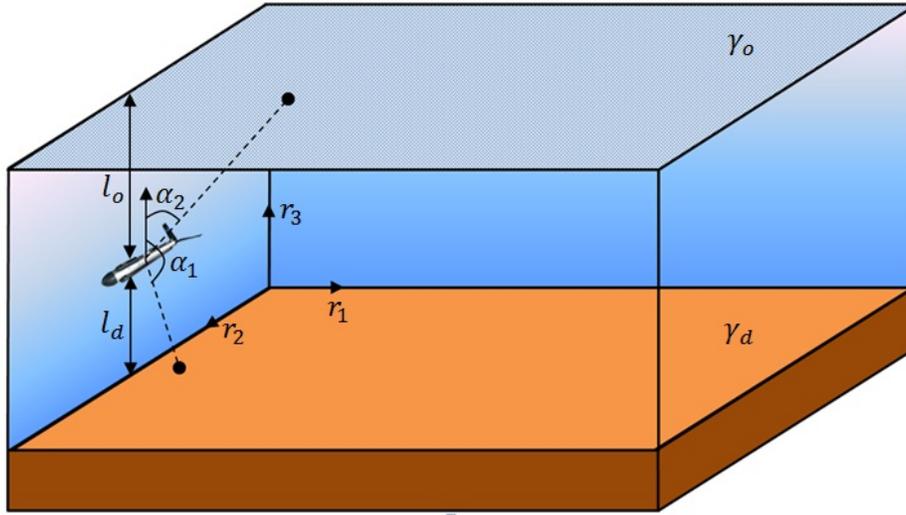


Рис. 1. Область G с плоскими границами γ_d и γ_o

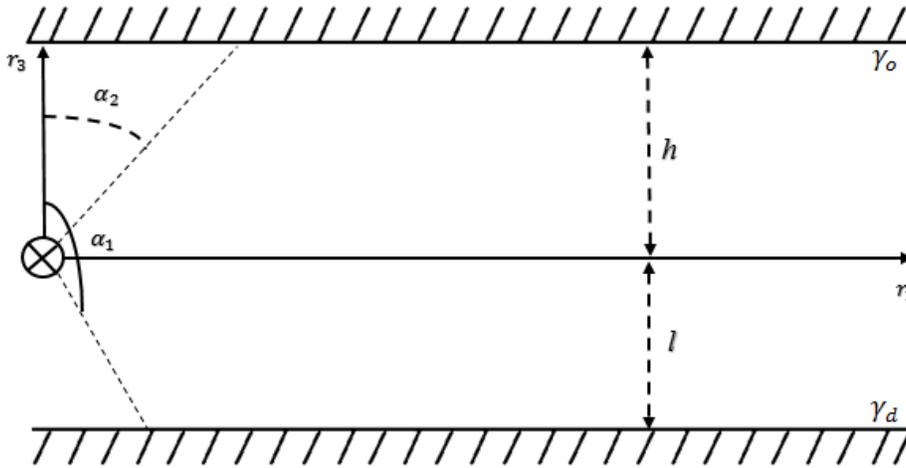


Рис. 2. Геометрия движения аппарата в осях r_1, r_3

Предполагая, что до момента времени $t = 0$ источники звука в среде отсутствуют, запишем начальное условие для решения уравнения (1) в виде:

$$(3) \quad I|_{t=0} = 0.$$

Отражающие свойства границы ∂G определяются диффузным отражением по закону Ламберта [14]:

$$(4) \quad I|_{\Gamma_d^-}(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{\sigma_d(\mathbf{r})}{\pi} \int_{\Omega} |\mathbf{n}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{k}'| I|_{\Gamma_d^+}(\mathbf{r}, \mathbf{k}', t) d\mathbf{k}',$$

$$(5) \quad I|_{\Gamma_o^+}(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{\sigma_o(\mathbf{r})}{\pi} \int_{\Omega} |\mathbf{n}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{k}'| I|_{\Gamma_o^-}(\mathbf{r}, \mathbf{k}', t) d\mathbf{k}',$$

где σ_d и σ_o – коэффициенты донного и поверхностного рассеяния, соответственно. $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ – единичный вектор внешней нормали к границе области G .

Уравнение (1) с начальными и граничными условиями (3), (4), (5) при заданных $\mu, \sigma, \sigma_d, \sigma_o, l_d, l_o, J$ образуют начально-краевую задачу для нахождения неизвестной функции I в области G .

Дополним систему соотношений (1), (3), (4), (5) следующими условиями

$$(6) \quad \int_{\Omega} S^+(\mathbf{k}) I|_{\Gamma}(\mathbf{V}t, \mathbf{k}, t) d\mathbf{k} = I^+(t), \quad \int_{\Omega} S^-(\mathbf{k}) I|_{\Gamma}(\mathbf{V}t, \mathbf{k}, t) d\mathbf{k} = I^-(t),$$

где $S^+(\mathbf{k}) = 0$ при $\mathbf{k} \in \{\mathbf{k} \in \Omega : k_1 > 0\}$ и $S^-(\mathbf{k}) = 0$ при $\mathbf{k} \in \{\mathbf{k} \in \Omega : k_1 < 0\}$.

Функция $S^+(\mathbf{k})$ характеризует диаграмму направленности приемной антенны по «правому борту» носителя, а $S^-(\mathbf{k})$ – по «левому борту». Функции $I^+(t), I^-(t)$ определяют измеряемую суммарную интенсивность слева и справа по ходу движения носителя антенны. Отметим, что местоположение приемной антенны в любой момент времени совпадает с местоположением источника излучения звука, то есть, с физической точки зрения приемная и передающая антенны находятся на одном и том же подводном носителе, который перемещается вдоль траектории $\mathbf{r} = \mathbf{V}t, t > 0$.

В данной работе мы будем рассматривать обратную задачу, заключающуюся в нахождении функции σ_d из соотношений (1), (3)–(6) при заданных $\mu, \sigma, \sigma_d, \sigma_o, l_d, l_o, J, S^{\pm}, I^{\pm}$.

1.2. Основные ограничения. Приближение однократного рассеяния.

Сформулируем основные ограничения на исходные и искомые данные обратной задачи (1), (3)–(6). Пусть $\epsilon > 0$ – некоторый малый параметр, такой, что $\epsilon^2 \ll 1$. Относительно величин $\sigma, \sigma_d, \sigma_o, V, c$ будем предполагать, что

$$(7) \quad \sigma/\mu = O(\epsilon), \quad \sigma_d = O(\epsilon), \quad \sigma_o = O(\epsilon),$$

$$(8) \quad V/c = O(\epsilon),$$

$$(9) \quad \exp(-\mu c(t_{i+1} - t_i)) = O(\epsilon), \quad i = 0, \dots, m - 1.$$

Условия (7), указывающие на малость сечений поверхностного и объемного рассеяния, гарантируют адекватность применения приближения однократного. Как правило, скорость носителя антенны не превосходит 1 м/с, а скорость распространения акустических сигналов в воде составляет порядка 1500 м/с, поэтому условие (8) выполняется с хорошей степенью точности. Условие (9) накладывает ограничение на величину интервала зондирования. В качестве малого параметра ϵ берется сумма величин в (7), (8), (9). С практической точки зрения выбор величины малого параметра зависит от свойств среды и источника звукового поля. Например, при эхолокационной съемке высокочастотным гидролокатором бокового обзора EdgeTechSonar [9] $\epsilon = 0, 1 + 1/1500 + \exp(-0.018 * 1500 * 0.4) \approx 0, 1$.

Решение начально-краевой задачи (1), (3), (4), (5) эквивалентно решению следующего уравнения интегрального типа:

$$\begin{aligned}
 (10) \quad I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = & \underbrace{\int_0^{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') J\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}, t - \frac{t'}{c}\right) dt'}_I + \\
 & \frac{\exp(-\mu d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}))}{\pi} \int_{\Omega} |\mathbf{n}(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})) \cdot \mathbf{k}'| \times \\
 & \left[\underbrace{\sigma_d(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})) I|_{\Gamma^+}}_{II} \left(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}) \mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})}{c}\right) + \right. \\
 & \left. \underbrace{\sigma_o(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})) I|_{\Gamma^-}}_{III} \left(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}) \mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})}{c}\right) \right] d\mathbf{k}' + \\
 & \underbrace{\int_0^{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\Omega} I\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{t'}{c}\right) d\mathbf{k}' dt'}_{IV},
 \end{aligned}$$

где $d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})$ – расстояние от точки $\mathbf{r} \in G$ в направлении $-\mathbf{k}$ до границы области G . Слагаемое (I) соответствует излучению, пришедшему от источника J , распределенного вдоль луча $\mathbf{r} - t'\mathbf{k}$. Слагаемое (II) соответствует излучению, отразившемуся от точек $\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})\mathbf{k}$ на поверхности морского дна γ_d . В то время как, слагаемое (III) соответствует излучению, отразившемуся от поверхности океана γ_o . Если луч $\mathbf{r} - t'\mathbf{k}$ не пересекает поверхность γ_d , то слагаемое (II) в правой части (10) отсутствует, соответственно слагаемое (III) отсутствует в случае, если луч не пересекает поверхность γ_o . Слагаемое (IV) описывает вклад объемного рассеяния.

Возьмем в качестве нулевого приближения для решения (10) функцию

$$(11) \quad I_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \int_0^{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') J\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}, t - \frac{t'}{c}\right) dt'$$

и построим процесс простых итераций. Так как величины $\sigma, \sigma_d, \sigma_o$ удовлетворяют условиям (7), то, пренебрегая в ряде Неймана для функции I членами порядка $O(\epsilon^2)$, получаем явное представление для решения задачи (1), (3)–(5):

$$\begin{aligned}
 (12) \quad I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = & I_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) + \frac{\exp(-\mu d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}))}{\pi} \int_{\Omega} |\mathbf{n}(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})) \cdot \mathbf{k}'| \times \\
 & \left[\sigma_d(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})) I_0|_{\Gamma_d^+} \left(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}) \mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})}{c}\right) + \right. \\
 & \left. \sigma_o(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})) I_0|_{\Gamma_o^-} \left(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}) \mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})}{c}\right) \right] d\mathbf{k}' + \\
 & \frac{\sigma}{4\pi} \int_0^{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') \int_{\Omega} I_0\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{t'}{c}\right) d\mathbf{k}' dt'.
 \end{aligned}$$

Представление (12) для функции I является решением прямой задачи (1), (3)–(6) в приближении однократного рассеяния.

1.3. **Вывод основного соотношения.** Подставляя выражение (12) для функции I в соотношение (6), получаем

$$(13) \quad I^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \int_{\Omega} S^\pm(\mathbf{k}) I|_{\Gamma}(\mathbf{V}t, \mathbf{k}, t) d\mathbf{k} = I_{\gamma_d}^\pm(t) + I_{\gamma_o}^\pm(t) + I_G^\pm(t),$$

где

$$(14) \quad I_{\gamma_d}^\pm(t) = \int_{\Omega} S^\pm(\mathbf{k}) I_0|_{\Gamma_d^+}(\mathbf{V}t, \mathbf{k}, t) d\mathbf{k} + \frac{1}{\pi} \int_{\Omega} S^\pm(\mathbf{k}) \exp(-\mu d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})) \times \\ \sigma_d(\mathbf{V}t - d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})\mathbf{k}) \int_{\Omega_+} |\mathbf{n}(\mathbf{V}t - d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})) \cdot \mathbf{k}'| \times \\ I_0|_{\Gamma_d^+}\left(\mathbf{V}t - d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})\mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})}{c}\right) d\mathbf{k}' d\mathbf{k} = i_1 + i_2,$$

$$(15) \quad I_{\gamma_o}^\pm(t) = \int_{\Omega} S^\pm(\mathbf{k}) I_0|_{\Gamma_o^-}(\mathbf{V}t, \mathbf{k}, t) d\mathbf{k} + \frac{1}{\pi} \int_{\Omega} S^\pm(\mathbf{k}) \exp(-\mu d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})) \times \\ \sigma_o(\mathbf{V}t - d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})\mathbf{k}) \int_{\Omega_-} |\mathbf{n}(\mathbf{V}t - d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})) \cdot \mathbf{k}'| \times \\ I_0|_{\Gamma_o^-}\left(\mathbf{V}t - d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})\mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})}{c}\right) d\mathbf{k}' d\mathbf{k},$$

$$(16) \quad I_G^\pm(t) = \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\Omega} S^\pm(\mathbf{k}) \int_0^{d(\mathbf{V}t, -\mathbf{k})} \exp(-\mu t') \int I_0\left(\mathbf{V}t - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{t'}{c}\right) d\mathbf{k}' dt' d\mathbf{k}.$$

Учитывая определение (11) функции I_0 , находим

$$(17) \quad i_1 = \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\Omega} \int_{\epsilon}^{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})} S^\pm(\mathbf{k}) \exp(-\mu t') J\left(\mathbf{r} - t'\mathbf{k}, \mathbf{k}, t - \frac{t'}{c}\right) dt' \\ = \lim_{\epsilon} \int_{G_\epsilon(\mathbf{V}t)} S^\pm\left(\frac{\mathbf{V}t - \mathbf{r}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{r}|}\right) \frac{\exp(-\mu|\mathbf{V}t - \mathbf{r}|)}{|\mathbf{V}t - \mathbf{r}|^2} J\left(\mathbf{r}, \frac{\mathbf{V}t - \mathbf{r}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{r}|}, t - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{r}|}{c}\right) d\mathbf{r},$$

где $G_\epsilon(\mathbf{V}t) = G \setminus \{\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 : |\mathbf{r} - \mathbf{V}t| < \epsilon\}$. Из представления (2), определяющего источник излучения, непосредственно вытекает, что носитель функции J не принадлежит множеству $G_\epsilon(\mathbf{V}t)$, поэтому интеграл i_1 равен нулю. Рассмотрим второй интеграл i_2 в (14). Построим переход от интеграла по сфере к поверхностному интегралу:

$$(18) \quad i_2 = \frac{1}{\pi} \int_{\gamma_d} S^\pm\left(\frac{\mathbf{V}t - \mathbf{r}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{r}|}\right) \exp(-\mu|\mathbf{V}t - \mathbf{r}|) \sigma_d(\mathbf{r}) \times \\ \int_{\Omega_+} |\mathbf{n}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{k}'| I_0|_{\Gamma_d^+}\left(\mathbf{r}, \mathbf{k}', t - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{r}|}{c}\right) d\mathbf{k}' \left| \frac{\mathbf{V}t - \mathbf{r}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{r}|^3} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) \right| d\gamma, \mathbf{r} \in \gamma_d.$$

Так как

$$(19) \quad \int_{\Omega_+} I_0|_{\Gamma_d^+} \left(\mathbf{x}, \mathbf{k}', t - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|}{c} \right) d\mathbf{k}' \\ = \int_{\Omega_+} \int_0^{d(\mathbf{x}, -\mathbf{k}')} \exp(-\mu t') J \left(\mathbf{x} - t'\mathbf{k}', \mathbf{k}', t - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|}{c} - \frac{t'}{c} \right) dt' d\mathbf{k}' = \\ \int_G \frac{\exp(-\mu|\mathbf{r} - \mathbf{x}|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{x}|^2} J \left(\mathbf{r}, \frac{\mathbf{r} - \mathbf{x}}{|\mathbf{r} - \mathbf{x}|}, t - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|}{c} - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{x}|}{c} \right) d\mathbf{r}, \mathbf{r} \in G, \mathbf{x} \in \gamma_d.$$

Из (18) с учетом (2) и (19) получаем

$$(20) \quad i_2 = \frac{1}{\pi} \int_{\gamma_d} \int_G \sigma_d(\mathbf{x}) \left| \frac{\mathbf{r} - \mathbf{x}}{|\mathbf{r} - \mathbf{x}|} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \right| S^\pm \left(\frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \right) \frac{\exp(-\mu(|\mathbf{V}t - \mathbf{x}| + |\mathbf{r} - \mathbf{x}|))}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|^2 |\mathbf{r} - \mathbf{x}|^2} \times \\ J \left(\mathbf{r}, \frac{\mathbf{x} - \mathbf{r}}{|\mathbf{r} - \mathbf{x}|}, t - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}| - |\mathbf{r} - \mathbf{x}|}{c} \right) d\mathbf{r} \left| \frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \right| d\gamma = \\ \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_G \sigma_d(\mathbf{x}) S^\pm \left(\frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \right) \frac{\exp(-\mu(|\mathbf{V}t - \mathbf{x}| + |\mathbf{r} - \mathbf{x}|))}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|^2 |\mathbf{r} - \mathbf{x}|^2} \times \\ \delta \left(\mathbf{r} - \mathbf{V} \left(t - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}| + |\mathbf{r} - \mathbf{x}|}{c} \right) \right) \times \\ \left(\sum_{i=0}^m J_i \delta \left(t - t_i - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}| + |\mathbf{r} - \mathbf{x}|}{c} \right) \right) \left| \frac{\mathbf{r} - \mathbf{x}}{|\mathbf{r} - \mathbf{x}|} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \right| \left| \frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \right| d\mathbf{r} dx_1 dx_2,$$

где единичный вектор внешней нормали $\mathbf{n}(\mathbf{x}) = (0, 0, -1)$.

Сделаем замену, соответствующую аргументам дельта-функций, и найдем якобиан перехода от переменных \mathbf{r}, x_1 к переменным

$$(21) \quad \mathbf{x}' = \mathbf{r} - \mathbf{V} \left(t - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}| + |\mathbf{x} - \mathbf{r}|}{c} \right),$$

$$(22) \quad y'_1 = t - t_i - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}| + |\mathbf{x} - \mathbf{r}|}{c},$$

при $\mathbf{x}' = 0, y'_1 = 0$. Так как

$$\frac{\partial x'_1}{\partial r_1} = 1, \frac{\partial x'_1}{\partial r_2} = 0, \frac{\partial x'_1}{\partial r_3} = 0, \frac{\partial x'_1}{\partial x_1} = 0, \\ \frac{\partial x'_2}{\partial r_1} = 0, \frac{\partial x'_2}{\partial r_2} = 1 - \frac{V}{c} \frac{x_2 - r_2}{|\mathbf{x} - \mathbf{r}|}, \frac{\partial x'_2}{\partial r_3} = 0, \frac{\partial x'_2}{\partial x_1} = \frac{V}{c} \left(\frac{x_1}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} + \frac{x_1 - r_1}{|\mathbf{x} - \mathbf{r}|} \right), \\ \frac{\partial x'_3}{\partial r_1} = 0, \frac{\partial x'_3}{\partial r_2} = 0, \frac{\partial x'_3}{\partial r_3} = 1, \frac{\partial x'_3}{\partial x_1} = 0, \\ \frac{\partial y'_1}{\partial r_1} = -\frac{r_1 - x_1}{c|\mathbf{r} - \mathbf{x}|}, \frac{\partial y'_1}{\partial r_2} = -\frac{r_2 - x_2}{c|\mathbf{r} - \mathbf{x}|}, \\ \frac{\partial y'_1}{\partial r_3} = -\frac{r_3 - x_3}{c|\mathbf{r} - \mathbf{x}|}, \frac{\partial y'_1}{\partial x_1} = -\frac{1}{c} \left(\frac{x_1}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} + \frac{x_1 - r_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{x}|} \right),$$

то при

$$x' = \mathbf{r} - \mathbf{V} \left(t - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}| + |\mathbf{x} - \mathbf{r}|}{c} \right) = 0,$$

$$y'_1 = t - t_i - \frac{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}| + |\mathbf{x} - \mathbf{r}|}{c} = 0$$

якобиан перехода равен

$$\mathfrak{J} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x'_1}{\partial r_1} & \frac{\partial x'_2}{\partial r_1} & \frac{\partial x'_3}{\partial r_1} & \frac{\partial y'_1}{\partial r_1} \\ \frac{\partial x'_1}{\partial r_2} & \frac{\partial x'_2}{\partial r_2} & \frac{\partial x'_3}{\partial r_2} & \frac{\partial y'_1}{\partial r_2} \\ \frac{\partial x'_1}{\partial r_3} & \frac{\partial x'_2}{\partial r_3} & \frac{\partial x'_3}{\partial r_3} & \frac{\partial y'_1}{\partial r_3} \\ \frac{\partial x'_1}{\partial x_1} & \frac{\partial x'_2}{\partial x_1} & \frac{\partial x'_3}{\partial x_1} & \frac{\partial y'_1}{\partial x_1} \end{vmatrix} = \frac{\partial x'_2}{\partial r_2} \frac{\partial y'_1}{\partial x_1} - \frac{\partial x'_3}{\partial x_1} \frac{\partial y'_1}{\partial r_2} = -\frac{x_1(t-t_i)}{|\mathbf{V}t_i - \mathbf{x}| |\mathbf{x} - \mathbf{V}t|}.$$

Таким образом, из (20) находим

$$(23) \quad i_2 = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^m \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_d(\mathbf{x}) S^\pm \left(\frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \right) \frac{J_i \chi(t-t_i) \exp(-\mu c(t-t_i))}{|\mathfrak{J}| |\mathbf{V}t - \mathbf{x}|^2 |\mathbf{x} - \mathbf{V}t|^2} \times$$

$$\left| \frac{\mathbf{V}t_i - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t_i - \mathbf{x}|} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \right| \left| \frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \right| dx_2 =$$

$$= \frac{\sigma_d(\mathbf{x})}{\pi} \sum_{i=0}^m \int_{-\infty}^{+\infty} S^\pm \left(\frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \right) \frac{J_i \chi(t-t_i) l_d^2 \exp(-\mu c(t-t_i))}{|\mathbf{V}t_i - \mathbf{x}|^2 |\mathbf{x} - \mathbf{V}t|^2 |x_{1,i}| (t-t_i)} dx_2,$$

где $\chi(t)$ – характеристическая функция вещественной полуоси $(0, +\infty)$, а функция $x_{1,i} = x_{1,i}(x_2, t)$ удовлетворяет уравнению

$$(24) \quad x_{1,i}^2 + (Vt - x_2)^2 + l^2 = \left(\frac{V}{c} (Vt - x_2) + \frac{c(t-t_i)}{2} \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \right)^2.$$

Уравнение (24) описывает линию в трехмерном пространстве, которая является результатом пересечения эллипсоида (с фокусами в точках $\mathbf{V}t$ и $\mathbf{V}t_i$)

$$\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : |\mathbf{V}t - \mathbf{x}| + |\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i| = c(t-t_i)\},$$

и плоскости, задаваемой уравнением $x_3 = -l$. При этом расстояния $|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|$, $|\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i|$ в формуле (24) выражаются через переменные x_2, t по формулам

$$(25) \quad |\mathbf{V}t - \mathbf{x}| = \left| \frac{V}{c} (Vt - x_2) + \frac{c(t-t_i)}{2} \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \right|,$$

$$(26) \quad |\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i| = \left| \frac{V}{c} (x_2 - Vt) + \frac{c(t-t_i)}{2} \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \right|.$$

Таким образом, из (14), (15) и (24) получим

$$(27) \quad I_{\gamma_{d,o}}^{\pm}(t) = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^m \frac{\chi(t-t_i) J_i \exp(-\mu c(t-t_i))}{(t-t_i)} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{d,o}(\mathbf{x}) S^{\pm} \left(\frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \right) \frac{l_{d,o}^2 dx_2}{|\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i|^2 |\mathbf{V}t - \mathbf{x}|^2 |x_{1,i}|}.$$

Проводя аналогичные рассуждения в (16), находим

$$(28) \quad I_G^{\pm}(t) = \frac{\sigma}{4\pi} \sum_{i=1}^m \frac{\chi(t-t_i) J_i \exp(-\mu c(t-t_i))}{(t-t_i)} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-l}^{+\infty} S^{\pm} \left(\frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \right) \frac{dx_2 dx_3}{|\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i| |\mathbf{V}t - \mathbf{x}| |x_{1,i}|},$$

где функция $x_{1,i}$ удовлетворяет уравнению эллипсоида с фокусами в точках $\mathbf{V}t$ и $\mathbf{V}t_i$

$$(29) \quad x_{1,i}^2 + (Vt - x_2)^2 + x_3^2 = \left(\frac{V}{c} (Vt - x_2) + \frac{c(t-t_i)}{2} \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \right)^2,$$

где $x_3 = l_{d,o}$ для $I_{\gamma_{d,o}}$, соответственно.

Отметим, что условие (9) на параметры среды μ и периоды зондирования дает нам основание на текущем i -ом интервале зондирования пренебрегать эхолокационными сигналами с предыдущих периодов зондирования j , $j < i$. В силу условия (8) это же справедливо и для членов содержащих множитель V^2/c^2 . Таким образом, суммируя выше сказанное и пренебрегая членами порядка $O(\epsilon^2)$ при $t \in (t_i, t_{i+1})$, из (27), (28) получаем

$$(30) \quad I_{\gamma_{d,o}}^{\pm}(t) = \frac{1}{\pi} \frac{\chi(t-t_i) J_i \exp(-\mu c(t-t_i))}{(t-t_i)} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{d,o}(\mathbf{x}) S^{\pm} \left(\frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \right) \frac{l_{d,o}^2 dy_2}{|\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i|^2 |\mathbf{V}t - \mathbf{x}|^2 |x_{1,i}|},$$

$$(31) \quad I_G^{\pm}(t) = \frac{\sigma}{4\pi} \frac{\chi(t-t_i) J_i \exp(-\mu c(t-t_i))}{(t-t_i)} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-l}^{+\infty} S^{\pm} \left(\frac{\mathbf{V}t - \mathbf{x}}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \right) \frac{dx_2 dx_3}{|\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i| |\mathbf{V}t - \mathbf{x}| |x_{1,i}|},$$

где функция $x_{1,i}$ удовлетворяют уравнениям

$$(32) \quad x_{1,i}^2 + (Vt - x_2)^2 + x_3^2 = \left(\frac{V}{c} (Vt - x_2) + \frac{c(t-t_i)}{2} \right)^2,$$

при этом в (30) $x_3 = l_{d,o}$. $|\mathbf{y} - \mathbf{V}t|$ и $|\mathbf{y} - \mathbf{V}t_i|$, согласно (25) и (26), приобретают вид:

$$(33) \quad |\mathbf{V}t - \mathbf{x}| = \left| \frac{V}{c} (Vt - x_2) + \frac{c(t-t_i)}{2} \right|,$$

$$(34) \quad |\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i| = \left| \frac{V}{c} (x_2 - Vt) + \frac{c(t - t_i)}{2} \right|.$$

Далее будем рассматривать случай диаграммы направленности, ограниченной в некотором телесном угле:

$$(35) \quad S^\pm = \chi_{[0,1]}(\mp k_1) \frac{\chi_{[-\Delta, \Delta]}(k_2)}{2\beta} \chi_{[\cos(\alpha_1), \cos(\alpha_2)]}(k_3),$$

где $\Delta = \sin(\beta)\sqrt{1 - k_3^2}$ и

$$\chi_{[a,b]}(x) = \begin{cases} 1, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Тогда формулы для вычисления сигнала (30), (31) примут вид

$$(36) \quad I_{\gamma_{d,o}}^\pm(t) = \frac{J_j \exp(-\mu c(t - t_j))}{2\pi} \int_{-l_\beta}^{l_\beta} \sigma_{d,o}(\mathbf{x}) \frac{\chi_{[l_{\alpha_1}, l_{\alpha_2}]}(\pm x_{1,i}) l_{d,o}^2 dx_2}{|\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i|^2 |\mathbf{V}t - \mathbf{x}|^2 |x_{1,i}|},$$

$$(37) \quad I_G^\pm(t) = \sigma \frac{J_i \exp(-\mu c(t - t_i))}{8\pi} \int_{-l_\beta}^{l_\beta} \int_{l_{min}}^{l_{max}} \frac{\chi_{[l_{\alpha_1}, l_{\alpha_2}]}(\pm x_{1,i}) dx_2 dx_3}{|\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i| |\mathbf{V}t - \mathbf{x}| |x_{1,i}|},$$

где $l_{\alpha_{1,2}} = l \cos(\alpha_{1,2})$, $l_\beta = l \sin(\beta)$, $l_{min} = \min\{l_d, |\mathbf{V}t - \mathbf{x}| \cos(\alpha_1)\}$, $l_{max} = \min\{l_o, |\mathbf{V}t - \mathbf{x}| \cos(\alpha_2)\}$. Тогда формула сигнала, измеряемого гидролокатором бокового обзора, представима в следующем виде

$$(38) \quad I^\pm(t) = \chi_{[0,1]}\left(\frac{l_d}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|\right) I_{\gamma_d}^\pm + \chi_{[0,1]}\left(\frac{l_o}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|\right) I_{\gamma_o}^\pm + I_G^\pm.$$

Отличительная особенность нашей задачи состоит не только в сложности подынтегральной функции, но и в недостаточной информативности семейства интегралов. Это обусловлено спецификой пространственно-временного положения источника и приемника звука. Таким образом, в данном параграфе были получены формулы для определения полезного сигнала и шума, вызванного объемным и поверхностным рассеянием в среде в случае конечной ширины диаграммы направленности приемной антенны.

2. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

2.1. Задача определения коэффициента донного рассеяния в случае узкой диаграммы направленности. Как правило, в задачах акустической томографии [1-3,11] диаграмма направленности приемных антенн ГБО S^\pm узко направлена и сосредоточена в плоскости, перпендикулярной движению подводного аппарата, то есть в плоскости $k_2 = 0$. Учитывая это обстоятельство, предположим, что

$$(39) \quad S^\pm(\mathbf{k}) = \chi_{[0,1]}(\mp k_1) \delta(k_2) \chi_{[\cos(\alpha_1); \cos(\alpha_2)]}(k_3).$$

Ниже покажем, что это предположение для диаграммы направленности приводит к существенному упрощению обратной задачи.

Так как, при $x_2 = Vt$ справедливо равенство

$$(40) \quad \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{Vt - x_2}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} \right) \right|_{x_2=Vt} = - \left(\frac{1}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|} + \frac{(Vt - x_2)^2}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|^3} \right) = - \frac{1}{|\mathbf{V}t - \mathbf{x}|},$$

то из соотношения (36) получаем

$$(41) \quad I_{\gamma_d}^{\pm} = \frac{\sigma_d \chi(\pm x_{1,i}) J_i \exp(-\mu c(t - t_i))}{\pi} \frac{l_d^2}{|\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i|^2 |\mathbf{V}t - \mathbf{x}| |x_{1,i}|}, \quad t \in (t_i + 2l_d/c, t_{i+1}),$$

где функция $y_{1,i} = y_{1,i}(t)$ удовлетворяет уравнению

$$(42) \quad y_{1,i}^2 + l^2 = l_i^2.$$

Пользуясь малостью отношения скоростей (8), получаем

$$|\mathbf{V}t - \mathbf{x}| = |\mathbf{x} - \mathbf{V}t_i| = l_i, \quad l_i(t) = \frac{c(t - t_i)}{2}.$$

Уравнения (41) примет следующий вид:

$$(43) \quad I_{\gamma_d}^{\pm} = \frac{\sigma_d c J_i \exp(-2\mu l_i) l_d}{\pi l_i^4 |x_{1,i}|} = \frac{\sigma_d c J_i \exp(-2\mu l_i) l_d}{\pi l_i^4 \sqrt{l_i^2 - l_d^2}} + O(\epsilon^2).$$

Проводя аналогичные рассуждения, из 36 и 37 получаем

$$(44) \quad I_{\gamma_o}^{\pm} = \frac{\sigma_o c J_i \exp(-2\mu l_i) l_o^2}{\pi l_i^4 |x_{1,i}|} = \frac{\sigma_o c J_i \exp(-2\mu l_i) l_o}{\pi l_i^4 \sqrt{l_i^2 - l_o^2}} + O(\epsilon^2), \quad t \in (t_i + 2l_o/c, t_{i+1}),$$

$$(45) \quad I_G^{\pm} = \frac{\sigma J_i \exp(-2\mu l_j)}{8\pi l_i^2} \int_{l_{min}}^{l_{max}} \frac{dx_3}{\sqrt{l_i^2 - x_3^2}} + O(\epsilon^2), \quad t \in (t_i, t_{i+1}).$$

Рассмотрим интеграл из (45)

$$(46) \quad \int_{l_{min}}^{l_{max}} \frac{dx_3}{\sqrt{l_i^2 - x_3^2}} = A(\alpha_1, \alpha_2, l_d, l_i, l_o) = \begin{cases} \alpha_1 - \alpha_2, & \text{если } -l_d \leq l_i \cos \alpha_1 \wedge l_o \geq l_i \cos \alpha_2 \\ -\alpha_2 + \arccos(\alpha_1 - l/l_i), & \text{если } -l_d > l_i \cos \alpha_1 \wedge l_o \geq l_i \cos \alpha_2 \\ \alpha_1 - \arccos(l_o/l_i), & \text{если } -l_d \leq l_i \cos \alpha_1 \wedge l_o < l_i \cos \alpha_2 \\ \arccos(-l_d/l_i) - \arccos(l_o/l_i), & \text{если } -l_d > l_i \cos \alpha_1 \wedge l_o \geq l_i \cos \alpha_2. \end{cases}$$

Тогда

$$(47) \quad I_G^{\pm} = \frac{\sigma J_i \exp(-2\mu l_i)}{8\pi l_i^2} A(\alpha_1, \alpha_2, l_d, l_i, l_o), \quad t \in (t_i, t_{i+1}).$$

Из соотношений (43), (44) и (47) получаем следующее выражение для $I^{\pm}(t)$, $t \in (t_i + 2l_d/c, t_{i+1})$

$$(48) \quad I^\pm(t) = \frac{J_i c \exp(-2\mu l_i)}{2\pi l_i^4} \left(\frac{l_d^2 \sigma_d}{\sqrt{l_i^2 - l_d^2}} + \frac{\sigma l_i^2}{4} A(\alpha_1, \alpha_2, l_d, l_j, l_o) + \chi_{[0, \pm 1]} \left(\frac{l_o}{l_i} \right) \frac{l_o^2 \sigma_o}{\sqrt{l_i^2 - l_o^2}} \right).$$

Выражая из (48) σ_d получим:

$$(49) \quad \sigma_d = \frac{\sqrt{l_i^2 - l_d^2}}{l_d^2} \times \left(\frac{2\pi l_i^4}{c J_i} I^\pm \exp(2\mu l_i) - \frac{\sigma A(\alpha_1, \alpha_2, l_d, l_i, l_o) l_i^2 \sqrt{l_i^2 - l_d^2}}{4} - \chi_{[0, \pm 1]} \left(\frac{l_o}{l_i} \right) \frac{\sigma_o l_o^2}{\sqrt{l_i^2 - l_o^2}} \right),$$

тогда без учета фильтрации поверхностного рассеяния получим

$$(50) \quad \bar{\sigma}_d = \frac{\sqrt{l_i^2 - l_d^2}}{l_d^2} \left(\frac{2\pi l_i^4}{c J_i} I^\pm \exp(2\mu l_i) - \frac{\sigma A(\alpha_1, \alpha_2, l_d, l_i, l_o) l_i^2 \sqrt{l_i^2 - l_d^2}}{4} \right),$$

и без фильтрации объемного и поверхностного рассеяния —

$$(51) \quad \tilde{\sigma}_d = \frac{2\pi l_i^4}{c J_i} \frac{\sqrt{l_i^2 - l_d^2}}{l_d^2} I^\pm \exp(2\mu l_i).$$

Таким образом, было получено решение обратной задачи, заключающейся в определении коэффициента донного рассеяния на основе измеряемого сигнала ГБО в приближении однократного рассеяния, узкой диаграммы направленности приемной антенны и точечного изотропного источника. Решение получено в виде явной формулы (49). Второе слагаемое в (49) соответствует фильтрации объемного рассеяния, в то время как третье слагаемое фильтрации поверхностного рассеяния.

2.2. Вычислительный эксперимент.

2.2.1. *Эксперимент 1.* Для проведения вычислительного эксперимента используются параметры реального зондирования морского дна, представленные в Таблице 1. Сигнал рассчитывается по формуле (38), т. е. с учетом конечной ширины диаграммы направленности приемной антенны, наличия в среде объемного и поверхностного рассеяния. Цель эксперимента: определить границы применения приближения (49) для восстановления коэффициента донного рассеяния.

ТАБЛИЦА 1. Параметры зондирования

$\mu, \text{м}^{-1}$	$\sigma, \text{м}^{-1}$	σ_o	$t_{i+1} - t_i, \text{с}$	$c, \text{м/с}$	J_i	$l_d, \text{м}$	$l_o, \text{м}$	$\alpha_1, ^\circ$	$\alpha_2, ^\circ$
$1.8 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-2}$	0.4	1500	1	12	12	150	30

В этом и последующих экспериментах в качестве функции, описывающей неоднородность дна, авторы используют

$$(52) \quad \sigma_d(\mathbf{y}) = \begin{cases} 0.3, & \text{если } \sqrt{(y_1 - 100)^2 + (y_2 - 25)^2} < 5, \\ 0.2, & \text{если } \sqrt{(y_1 - 200)^2 + (y_2 - 25)^2} < 10, \\ 0.1, & \text{иначе.} \end{cases}$$



Рис. 3. Определение коэффициента донного рассеяния с учетом ширины диаграммы направленности приемной антенны (КДР) $\beta = 1^\circ$



Рис. 4. Определение КДР при $\beta = 1^\circ$, без учета фильтрации поверхностного рассеяния



Рис. 5. Определение КДР при $\beta = 1^\circ$, без учета фильтрации поверхностного и объемного рассеяния



Рис. 6. Определение КДР при $\beta = 2^\circ$



Рис. 7. Определение КДР при $\beta = 2^\circ$, без учета фильтрации поверхностного рассеяния

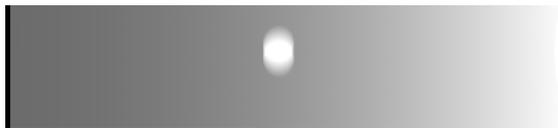


Рис. 8. Определение КДР при $\beta = 2^\circ$, без учета фильтрации поверхностного и объемного рассеяния



Рис. 9. Определение КДР при $\beta = 4^\circ$



Рис. 10. Определение КДР при $\beta = 4^\circ$, без учета фильтрации поверхностного рассеяния



Рис. 11. Определение КДР при $\beta = 4^\circ$, без учета фильтрации поверхностного и объемного рассеяния

На рисунках 3,6,9 представлено восстановление коэффициента донного рассеяния с фильтрацией объемного и поверхностного рассеяния при различной ширине диаграммы направленности приемной антенны $\beta = 1^\circ, 2^\circ, 4^\circ$. Как видно из рисунков 4, 7, 10 фильтрация поверхностного рассеяния влияет на абсолютные значения при определении коэффициентов донного рассеяния. Как видно из рисунков 5, 8, 11 без фильтрации объемного и поверхностного рассеяния распознавание объектов на расстоянии более 100 м становится невозможным. Увеличение ширины диаграммы направленности ведет к расфокусировке объектов на дне, причем с увеличением дальности зондирования данный эффект усиливается.

2.2.2. Эксперимент 2. В следующем эксперименте зафиксируем высоту зондирования l_d и исследуем влияние глубины зондирования l_o на качество построения гидроакустических изображений.

Для проведения вычислительного эксперимента используются параметры реального зондирования морского дна, представленные в таблице 2.

ТАБЛИЦА 2. Параметры зондирования

$\mu, \text{м}^{-1}$	$\sigma, \text{м}^{-1}$	σ_o	$t_{i+1} - t_i, \text{с}$	$c, \text{м/с}$	J_i	$l_d, \text{м}$	$\beta, ^\circ$	$\alpha_1, ^\circ$	$\alpha_2, ^\circ$
$1.8 \cdot 10^{-2}$	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-2}$	0.4	1500	1	12	1	150	30



Рис. 12. Определение КДР при $l_o = 24$



Рис. 13. Определение КДР при $l_o = 24$ без учета фильтрации поверхностного рассеяния



Рис. 14. Определение КДР при $l_o = 86.6$ без учета фильтрации поверхностного рассеяния



Рис. 15. Определение КДР при $l_o = 173.2$ без учета фильтрации поверхностного рассеяния

Изменение высоты качественно влияет на восстанавливаемый коэффициент донного рассеяния. Резкий скачок функции σ_d соответствует времени прихода сигнала отраженного от поверхности океана. Как видно из рисунков 14, 15 объект, имеющий одинаковую степень неоднородности, восстанавливается с различными абсолютными значениями.

2.2.3. *Эксперимент 3.* Рассмотрим процесс эхолокации при буксировании ГБО судном, в таком случае на поверхности океана будет создаваться неоднородность, которую мы моделируем уравнением затухающих колебаний $|\sin(x)|/x$, где x – дальность от буксира.

Как видно из рисунка 16, шум от буксира существенно влияет на восстановление коэффициента донного рассеяния на малых дальностях зондирования.

ТАБЛИЦА 3. Параметры зондирования

μ, M^{-1}	σ, M^{-1}	$t_{i+1} - t_i, \text{c}$	$c, \text{M/c}$	J_i	l_d, M	l_o, M	$\beta, ^\circ$	$\alpha_1, ^\circ$	$\alpha_2, ^\circ$
$1.8 \cdot 10^{-2}$	$1.8 \cdot 10^{-3}$	0.4	1500	1	12	6	1	150	30

Рис. 16. Определение КДР при $\sigma_o(\mathbf{r}) = 8r_1^{-1} \sin(r_1)$

2.2.4. *Эксперимент 4.* В следующем эксперименте авторы моделируют локальную неоднородность на поверхности океана, которая может быть вызвана буем или судном, находящимся на рейде. Неоднородность задается функцией

$$(53) \quad \sigma_o = \begin{cases} 0.2, & \sqrt{(y_1 - 150)^2 + (y_2 - 25)^2} < 10 \\ 0.05, & \text{иначе} \end{cases}$$

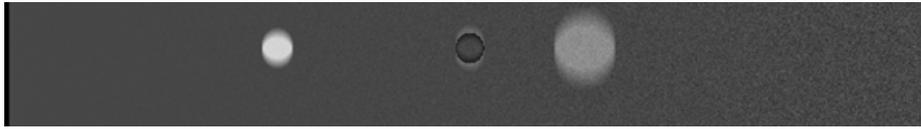


Рис. 17. Определение КДР при наличии неоднородности на поверхности океана

Как видно из рисунка 17, локальная неоднородность на поверхности океана, создает мнимый объект при определении КДР.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрена модель дистанционного зондирования океана, основанная на уравнении переноса излучения с диффузными условиями отражения на границе среды. В приближении однократного рассеяния и точечного изотропного источника получены формулы для определения измеряемого ГБО сигнала, с учетом поверхностного, объемного и донного рассеяния. В приближении узкой диаграммы направленности приемной антенны получено решение обратной задачи, заключающейся в определении коэффициента донного рассеяния с учетом фильтрации объемного и поверхностного рассеяния. Проведены вычислительные эксперименты, определяющие адекватность применения явной формулы для антенн с широкой диаграммой направленности, а также при наличии неоднородности на поверхности океана. Эксперименты показывают, что пренебрежение поверхностным и объемным рассеянием существенно влияет на качественную картину восстановления коэффициента донного рассеяния.

REFERENCES

- [1] G. Griffiths, *Technology and Applications of Autonomous Underwater Vehicles*, Florida: CRC Press, 2002.
- [2] S.M. Flatte, R. Dashen, W. H. Munk, K. M. Watson, F. Zachariassen, *Sound Transmission through a fluctuating ocean*, Cambridge: Cambridge University Press, 1979.
- [3] I. B. Andreeva, *Comparative Estimates of Surface, Bottom, and Volume Sound Scattering in the Ocean*, *Acoustical Physics*, **41**:5 (1995), 699–705 .
- [4] J. E. Quijano, L. M. Zurk, *Radiative transfer theory applied to ocean bottom modeling*, *The Journal of the Acoustical Society of America*, **126**:4 (2009), 711–723.
- [5] I. V. Prokhorov, A. A. Sushchenko, *On the well-posedness of the Cauchy problem for the equation of radiative transfer with Fresnel matching conditions*, *Siberian Mathematical Journal*, **56**:4 (2015), 736–745. MR3492880
- [6] I. V. Prokhorov, A. A. Sushchenko, *Studying the Problem of Acoustic Sounding of the Seabed Using Methods of Radiative Transfer Theory*, *Acoustical Physics*, **61**:3 (2015), 368–375.
- [7] I. V. Prokhorov, A. A. Sushchenko, *Imaging Based on Signal from Side-Scan Sonar*, *Applied Mechanics and Materials*, **756** (2015), 678–682.
- [8] A. L. Ageev, G. A. Igumnov, V. B. Kostousov, I. B. Agafonov, V. V. Zolotarev, E. A. Madison, *Aperture synthesizing for multichannel side-scan sonar with compensation of trajectory instability*, *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*, **140**:3 (2013), 140–148.
- [9] V. I. Mendus, G. A. Postnov, *On Angular Intensity Distribution of High-Frequency Ambient Dynamic Noise of the Ocean*, *Acoustical Physics*, **39**:6 (1993), 1107–1116.
- [10] J. A. Turner, R. L. Weaver, *Radiative transfer of ultrasound*, *The Journal of the Acoustical Society of America*, **96**:6 (1994), 3654–3674.
- [11] I. V. Prokhorov, A. A. Sushchenko, V. A. Kan, *On the Problem of Reconstructing the Floor Topography of a Fluctuating Ocean*, *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, **9**(3) (2015), 412–422.
- [12] I. Prokhorov, A. Sushchenko, V. Kan, E. Kovalenko, *Simulation of Sonar Signal Propagation in a Fluctuating Ocean*, *Physics Procedia*, **70** (2015), 690–694.
- [13] I. Prokhorov, A. Sushchenko, *Analysis of the impact of volume scattering and radiation pattern on the side-scan sonar images*, *Proceedings of Meetings on Acoustics*, **24** (2015), 005007.
- [14] S. Pelzer, M. Vorlaender, *Frequency-and Time-dependent Geometry for Real-time Auralizations*, *Proceedings of 20th International Congress on Acoustics*, (2010), 591–597 .

SEMYON YUREVICH ZINKOV
 FAR EASTERN FEDERAL UNIVERSITY,
 SUKHANOVA ST., 8,
 690950, VLADIVOSTOK, RUSSIA
 E-mail address: zinkov.su@gmail.com

ANDREI ANDREEVICH SUSHCHENKO
 INSTITUTE OF APPLIED MATHEMATICS FEB RAS,
 RADIO ST., 7,
 690041, VLADIVOSTOK, RUSSIA
 FAR EASTERN FEDERAL UNIVERSITY,
 SUKHANOVA ST., 8,
 690950, VLADIVOSTOK, RUSSIA
 E-mail address: sushchenko.aa@dvfu.ru

KRISTINA VLADIMIROVNA SUSHCHENKO
 FAR EASTERN FEDERAL UNIVERSITY,
 SUKHANOVA ST., 8,
 690950, VLADIVOSTOK, RUSSIA
 E-mail address: sushchenko.kv@students.dvfu.ru