

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports

<http://semr.math.nsc.ru>

Том 15, стр. 1687–1696 (2018)
DOI 10.33048/semi.2018.15.140УДК 532.59
MSC 76Q05МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОУДАРА В
ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ

В.Ю. ЛЯПИДЕВСКИЙ, В.В. НЕВЕРОВ, А.М. КРИВЦОВ

ABSTRACT. In this paper we develop a mathematical model of a wave packet formation due to rapid shut-in of water injector connected with fluid-filled reservoir. A numerical solution of this model have been found and a comparison between the experiments and a numerical simulations have been performed. Also we are focused on the optimal parameters choice to provide good accordance between numerical and experimental data.

Keywords: water hammer, nonlinear acoustics, wellbore flow, weakly compressible fluid.

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема гидроудара при движении жидкости в длинных трубопроводах является классической [1]. Под гидроударом понимается развитие интенсивных волновых возмущений, обусловленных упругостью канала и сжимаемостью транспортируемой жидкости, при резком изменении скорости течения на одной из границ. Математическая теория этого явления впервые была построена Н. Е. Жуковским [1]. Влияние гидроудара на работу нагнетательных скважин при добыче нефти и газа стало изучаться относительно недавно [2].

ЛЯПИДЕВСКИЙ, V.Y., NEVEROV, V.V., KRIVTSOV, A.M., MATHEMATICAL MODEL OF WATER HAMMER IN A VERTICAL WELL.

© 2018 Ляпидевский В.Ю., Неверов В.В., Кривцов А.М.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках ФЦП "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы Мероприятие 1.2., Соглашение о предоставлении субсидии № 14.575.21.0146 от 26.09.2017, уникальный идентификатор ПНИ: RFMEFI57517X0146.

Поступила 30 ноября 2018 г., опубликована 19 декабря 2018 г.

Например, закрытие клапана или выключение насоса при проведении гидравлического разрыва пласта (ГРП) часто генерирует гидроудар и распространяющуюся вниз по стволу скважины волну понижения давления, которая затем взаимодействует с трещиной, через тонкие каналы (перфорации) и, отразившись от конца скважины, возвращается к поверхности. Сформировавшийся в результате этого профиль давления состоит из серии затухающих колебаний.

Имеется ряд работ по изучению гидроудара и влияния трещины ГРП на частоту и амплитуду сигнала. В частности, Khalevin [3], Walker [4], Morris et al [5] подтвердили, что акустические волны могут обнаруживать наличие трещин ГРП, примыкающих к стволу скважины. Mathieu и Toksoz [6] предположили, что наличие трещины ГРП меняет акустический импеданс ствола скважины и ввели термин "сопротивление трещины". Holzhausen и Gooch [2] предложили метод испытания на гидравлическое сопротивление на основе подхода [7], который состоял в том, чтобы отправить один искусственно индуцированный импульс давления в скважину с поверхности и проанализировать колебания отраженного сигнала. В работе [8] была подтверждена достоверность экспериментальной модели [2] после чего было проведено несколько полевых испытаний [9], [10]. Patzek и De [11] предложили модель тестирования на гидравлическое сопротивление путем обработки ствола скважины и трещины в виде большой цепи. Наконец, Valov и Golovin [12] на основе прямого численного моделирования трещины ГРП в пороупругой среде [13] показали наличие фазового сдвига между волной давления и скорости жидкости при нестационарной закачке жидкости в трещину ГРП и указали на зависимость фазового сдвига от свойств пласта и геометрии трещины.

С тех пор работа над теорией гидроудара была сосредоточена на изучении возможных повреждений скважины из-за больших колебаний давления [14], [15], [16]. В работе [7] была предложена модель, позволяющая по измеренной зависимости давления от времени на поверхности прогнозировать результат создания трещин ГРП. Модель объединяет гидродинамические уравнения ствола скважины с трещиной ГРП и, по аналогии с теорией электрических цепей, представляется последовательной схемой с сопротивлением R , емкостью C и инерционностью I . Данные давления и полученные значения R , C , и I используются для расчета размеров трещины на основе предложенных уравнений.

Целью данной работы является построение достаточно простой математической модели гидроудара в вертикальной скважине, позволяющей полностью описать фазовые и амплитудные характеристики волнового пакета. Основное внимание уделено вопросу о том, какими физическими и геометрическими параметрами определяется регистрируемое на различных глубинах возмущение давления, возникающее при внезапной остановке насосов. В работе проведено сравнение численных расчетов по построенной модели с данными натурных наблюдений на экспериментальной скважине [16].

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОУДАРА В СКВАЖИНЕ, СОЕДИНЕННОЙ С РЕЗЕРВУАРОМ

Пусть скважина через узкие каналы сопрягается с достаточно большим резервуаром объема V_r , заполненным жидкостью. В этом случае собственная частота колебаний в резервуаре определяется сжимаемостью жидкости и упругостью стенок, а также инерцией жидкости в окрестности каналов. Распространение возмущений в скважине также определяется слабой сжимаемостью жидкости и упругостью стенок трубы. Рассматриваемая схема течения представлена на Рис. (1) а). В упрощенной постановке скважина представляет трубу переменного поперечного сечения $S(x)$, близкую к вертикальной. В качестве координаты $x \in [0, L]$ выбрано расстояние от поверхности, измеряемое вдоль трубы. В нижней части скважины жидкость может перетекать в резервуар по каналу или нескольким каналам общей площади S_p и длины l_p .

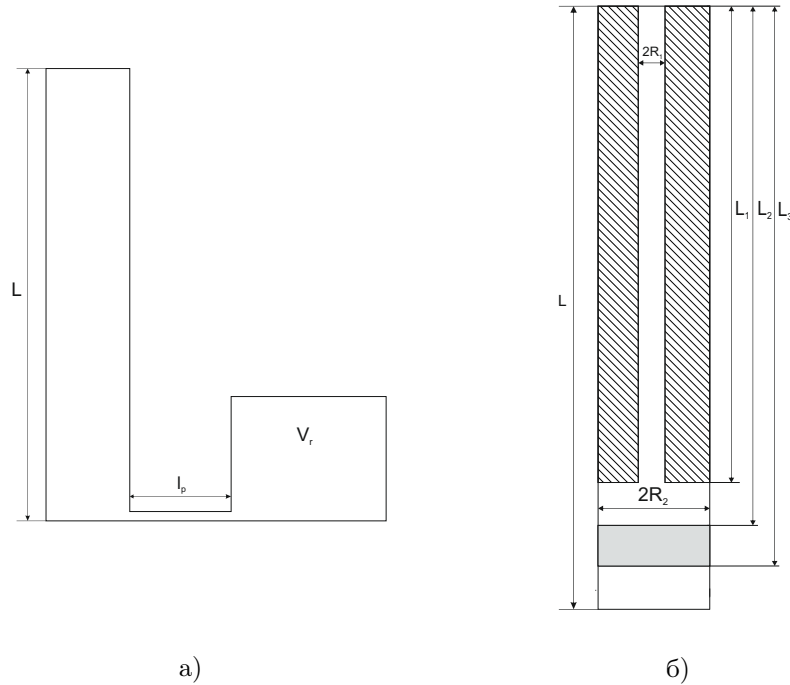


Рис. 1. Схематичное представление: а) скважина, соединенная с резервуаром с помощью каналов (перфораций) длины l_p , б) скважина переменного сечения, с перфорациями на отрезке $[L_2, L_3]$

Здесь и далее будут использоваться следующие обозначения: $u(t, x)$ — скорость жидкости, $\rho(t, x)$ — плотность, $S = S(x)$ — площадь поперечного сечения трубы. Математическая постановка задачи включает уравнения нелинейной акустики в каналном приближении

$$(1) \quad (\rho(t, x)S(x))_t + (\rho(t, x)S(x)u(t, x))_x = 0,$$

$$(2) \quad u_t(t, x) + \left(\frac{u^2(t, x)}{2} + c_0^2 \ln \left(\frac{\rho(t, x)}{\rho_0} \right) \right)_x = f(t, x, \rho, u),$$

с постоянными значениями скорости распространения возмущений c_0 и начальной плотности ρ_0 . Уравнения (1) и (2) дополняются граничными условиями

$$(3) \quad u = u_0(t) = \frac{Q(t)}{S(0)}, \quad \text{при } x = 0,$$

$$(4) \quad \rho_t = Mv, \quad v_t = \frac{K(p_L - p_r)}{\rho_0} - \varphi, \quad \text{при } x = L,$$

где $Q = Q(t)$ — расход жидкости, $p_L = p(t, L) = c_0^2(\rho(t, L) - \rho_0)$ — давление на нижней границе скважины, $p_r = c_0^2(\rho_r - \rho_0)$ — давление в резервуаре, v — скорость жидкости в канале, соединяющем скважину и резервуар. Постоянные M и K определяются геометрией резервуара и перфораций

$$(5) \quad M = \rho_0 \frac{S_p}{V_r}, \quad K = \frac{\rho_0}{l_p},$$

здесь S_p и l_p — эффективная площадь и эффективная длина, характеризующие условия протекания жидкости в перфорационном интервале.

Функция φ из условия (4) определяет потери на трение при течении в перфорационном канале. В зависимости от характерных параметров может реализовываться как ламинарный режим

$$(6) \quad \varphi = \frac{8\pi\nu v}{S_p},$$

так и турбулентный режим течения

$$(7) \quad \varphi = \frac{2c_w}{r_p} v|v|,$$

здесь символом ν обозначена кинематическая вязкость жидкости, c_w — коэффициент трения, а r_p — эффективный радиус перфорационных каналов.

В силу краевого условия (4) по значению давления $p_L(t)$ находятся $\rho(t)$ и $v(t)$. Граничное значение скорости в скважине $u_L = u(t, L)$ восстанавливается по значениям $v = v(t)$ из соотношения

$$S(L) \cdot u_L(t) = S_p \cdot v(t).$$

Таким образом, система (1) – (4) описывает связанные колебания в системе скважина - резервуар.

Для ламинарного режима течения в случае, когда в (4) можно пренебречь ускорением v_t по сравнению с правой частью во втором уравнении, граничное условие преобразуется к виду

$$(8) \quad \rho_t = K_1(p - p_r).$$

Уравнения (1), (2) вместе с граничными условиями (3), (4) или (3), (8) могут быть использованы для описания гидроудара в скважине, соединенной с резервуаром, заполненным жидкостью. Ниже представленный подход будет использован для расчета эволюции волнового пакета, возникающего при внезапной остановке насосов в экспериментальной скважине [16].

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОУДАРА В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ

3.1. Модель экспериментальной скважины. Наиболее полная информация о структуре волнового пакета, возникающего при гидроударе в нагнетательной скважине приведена в [16]. Конструкция скважины изображена на Рис. (1) б). Характерной особенностью таких скважин является резкое увеличение площади сечения при сопряжении нагнетательной компрессорной трубы (НКТ) с нижней частью скважины. Эксперименты, проведенные в [16], показывают, что за характерное время существования волнового пакета, вызванного гидроударом, давление в нижней части скважины меняется несущественно, поэтому можно отдельно рассматривать волновую динамику в НКТ и нижней части скважины.

3.2. Волны в НКТ. Рассмотрим течение в трубе постоянного сечения радиуса R_1 ($0 < x < L_1$). Предположим, что труба является почти вертикальной, тогда уравнения движения слабосжимаемой жидкости в канальном приближении (уравнения (1), (2)) принимают вид

$$(9) \quad \rho_t + (\rho u)_x = 0,$$

$$(10) \quad u_t + \left(\frac{u^2}{2} + c_0^2 \ln \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \right)_x = g - \frac{\lambda u |u|}{4R_1},$$

здесь $g = g_0 \cos \varphi$, g_0 — ускорение свободного падения, φ — угол отклонения от вертикали, коэффициент $\lambda = 0.3164 \cdot Re^{-1/4}$ вычисляется по формуле Блазиуса [17].

Для характерной скорости стационарного течения u_0 и кинематической вязкости воды ν в условиях эксперимента [16] число Рейнольдса

$$Re = \frac{2u_0 R_1}{\nu} \approx 49000,$$

соответствует турбулентному режиму течения.

Стационарное решение (9), (10) определяется из решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$(11) \quad u' = -\frac{u}{\rho} \rho', \quad \rho' = \frac{\rho}{c_0^2 - u^2} \left(g - \frac{\lambda u |u|}{4R_1} \right).$$

Так как давление p_a и скорость u_0 на поверхности скважины считаются заданными, то в качестве начальных данных используются значения

$$(12) \quad \rho(0) = \rho_0 + \frac{p_a}{c_0^2}, \quad u(0) = u_0.$$

Пусть решение $(\rho_s(x), u_s(x))$ задачи (11) – (12) построено и $\rho_1 = \rho_s(L_1)$, $u_1 = u_s(L_1)$. Тогда давление в скважине в окрестности нижнего конца НКТ определяется формулой

$$p_w = p_1 = c_0^2 (\rho_1 - \rho_0).$$

Для расчета нестационарного волнового пакета в НКТ в рамках модели (9) – (10) требуется задать граничные условия при $x = 0$ и $x = L_1$. На левой границе расчетной области ставится условие жесткой стенки

$$(13) \quad u(t, 0) = 0,$$

что соответствует мгновенной остановке насосов, качающих жидкость. На правой границе задается давление в скважине. Как отмечалось выше, из-за резкого расширения канала при $x = L_1$ и относительно малых потерь на трение при остановке насосов, давление в нижней части скважины для характерного времени формирования волнового пакета (порядка минуты) меняется несущественно. Поэтому для расчета нестационарного процесса в НКТ в качестве граничного условия на правом конце достаточно выбрать постоянное значение давления, найденное из стационарного решения (11)

$$(14) \quad p(t, L_1) = p_w, \quad p_w \equiv \text{const.}$$

В качестве начальных данных выбирается построенное выше стационарное решение

$$(15) \quad \rho(0, x) = \rho_s(x), \quad u(0, x) = u_s(x).$$

Численное решение сформулированной смешанной задачи (13) – (15) для гиперболической системы уравнений (9), (10) не вызывает проблем и может быть получено любым стандартным методом расчета.

Важной характеристикой волнового пакета при гидроударе является скорость затухания амплитуды возмущения при распространении в НКТ и последовательных отражениях от концов трубы. В рассматриваемой постановке не учитывается важный механизм диссипации энергии в окрестности внезапного расширения канала. Этот механизм связан с расширением струи за счет перемешивания с окружающей жидкостью. В стационарном течении этот эффект может быть учтен формулой Борда. Но в рассматриваемом существенно нестационарном процессе детальное рассмотрение этого явления приводит к резкому усложнению модели. Тем не менее в рамках рассматриваемого подхода с учетом непрерывности давления на границе НКТ, потеря напора при $x = L_1$ сводится к потере скорости на этой границе. Поэтому простое соотношение

$$(16) \quad \tilde{u}(t, L_1) = \kappa u(t, L_1), \quad 0 < 1 - \kappa \ll 1, \quad \kappa \equiv \text{const},$$

где $u(t, L_1)$ — найденное при помощи условия (14) значение скорости на нижней границе НКТ, применимо для построения волнового пакета с наблюдаемой скоростью затухания амплитуды волн.

Отметим, что даже с учетом коррекции граничных условий (16) решение задачи (9) – (10), (13) – (14) не зависит от течения в нижней части скважины и может быть построено независимо от условий сопряжения скважины с внешним резервуаром.

3.3. Волны в нижней части скважины. В рамках рассматриваемого подхода нестационарное течение в верхней части скважины (НКТ) находится независимо от нижней части. Пусть при $x \in (L_1, L)$ скважина имеет постоянный радиус $R_2 > R_1$ и на некотором интервале $x \in (L_2, L_3)$ перфорирована, т.е. имеет связь с внешним резервуаром, содержащим жидкость. Если отверстия в скважине равномерно распределены при $x \in (L_2, L_3)$ и справедлива зависимость (8) на участке единичной длины перфорационного интервала, то уравнения движения при $L_1 < x < L$ принимают вид

$$(17) \quad \rho_t + (\rho u)_x = -K_1(x) (p - p_r),$$

$$u_t + \left(\frac{u^2}{2} + c_0^2 \ln \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \right)_x = g - \frac{\lambda u |u|}{4R_2},$$

где

$$(18) \quad K_1(x) = \begin{cases} K_0, & L_2 < x < L_3 \\ 0, & L_1 < x \leq L_2 \text{ или } L_3 \leq x < L. \end{cases}$$

Так как длина $\Delta L = L - L_1$ этой части скважины на порядок меньше общей длины L , то основной вклад в формирование волновой картины вносят возмущение потока на верхней границе, вызванное волновыми процессами в НКТ, и течения в окрестности перфораций.

На правой границе $x = L$ предполагается выполнение условия непротекания

$$(19) \quad u(t, L) = 0.$$

Хорошим приближением стационарного решения задачи (17) – (19) являются функция $\rho = \rho_a(x) \equiv \rho_1$ и кусочно-линейная непрерывная функция $u = u_a(x)$

$$(20) \quad u_a(x) = \begin{cases} u_2, & L_1 \leq x < L_2 \\ u_2 \left(1 - \frac{x-L_2}{L_3-L_2} \right), & L_2 \leq x < L_3 \\ 0, & L_3 \leq x < L. \end{cases}$$

Функции $\rho_a(x)$ и $u_a(x)$ можно использовать в качестве начальных данных для (17) при решении задачи о гидроударе в нижней части скважины. В нестационарном решении на правой границе выполнено условие (19), а при $x = L_1$ задается скорость $u = u_2(t)$, найденная выше из решения начально-краевой задачи в НКТ

$$(21) \quad u(t, L_1) = u_2(t) \equiv \frac{R_1^2}{R_2^2} \tilde{u}.$$

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

В этом разделе приводятся результаты расчетов течения в НКТ и течения в нижней части скважины по моделям (9) – (10), (13) – (14) и (17) – (21), соответственно. Также расчеты сравниваются с данными из статьи [16].

Приведем краткое описание эксперимента [16] по генерации волнового пакета. В процессе эксперимента жидкость (вода) подавалась в НКТ с постоянной скоростью u_0 и под постоянным давлением p_s , затем подача внезапно прекращалась. В скважине находилось несколько датчиков давления на глубинах $L_t = 229$ м, $L_m = 762$ м и $L_b = 1356$ м. Первые два из них находились в НКТ, а последний датчик ($x = L_b$) в нижней части скважины. Частота опроса датчиков составляла 100 Гц. Полученные в результате эксперимента значения давления демонстрируют хорошую повторяемость формы, амплитуды и фазы волновых пакетов.

Параметры скважины и жидкости, использующиеся в расчетах, были выбраны в соответствии с данными [16]:

$$(22) \quad \begin{aligned} L &= 1433 \text{ м}, L_1 = 1301 \text{ м}, L_2 = 1379 \text{ м}, L_3 = 1402 \text{ м}, \\ R_1 &= 0.03711 \text{ м}, R_2 = 0.0889 \text{ м}, c_0 = 1370 \text{ м/с}, p_a = 7.5 \cdot 10^6 \text{ Па}, \\ u_0 &= 0.887 \text{ м/с}, \varphi = 7.3^\circ, g = 9.8 \cdot \cos \varphi \text{ м/с}^2, K'_0 = K_0 c_0^2 = 200 \text{ л/с}. \end{aligned}$$

На рисунке (2) показано давление в точках $x = 229$ м (а) и $x = 762$ м, полученное из расчетов по модели (9) – (10) (синяя кривая), черным пунктиром показано экспериментальное значение давления в этих точках. Вблизи поверхности ($x = 229$ м) фазовые и амплитудные характеристики волнового пакета, полученные в численном расчете и натурном эксперименте, совпадают с достаточной точностью для того, чтобы связать механизм генерации основного сигнала с условиями распространения в НКТ. В нижней части НКТ ($x = 762$ м) расчет согласуется с реальными данными, однако расчетная частота колебаний в этом случае получается немного меньше реальной. Вероятно, это связано со взаимодействием колебаний в нижней части скважины и в НКТ, которое не учитывается в текущей модели, этот вопрос требует дальнейших исследований. Отметим, что структура акустического сигнала в различных частях НКТ получена без привлечения информации о структуре пласта и течения в нижней части скважины.

На рисунке (3) показаны реальный профиль давления в точке $x = 1356$ м (а) и результаты расчетов (б). Форма сигнала, полученного по модели (17) – (21), и его частота соответствуют реальным данным. В представленной модели диссипация, связанная с течением в окрестности перфорационного интервала, не учитывалась. Поэтому полученная в численном расчете амплитуда сигнала в окрестности нижнего датчика давления несколько превышает значения, полученные в эксперименте.

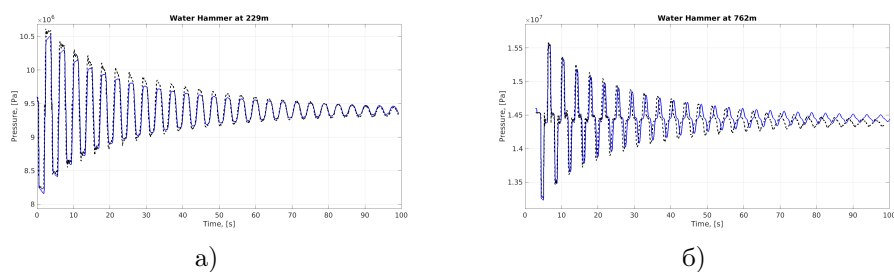


Рис. 2. Колебания давления в точках а) $x = 229$ м, б) $x = 762$ м

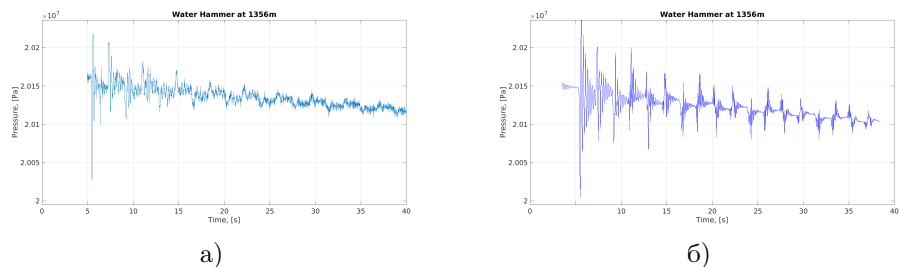


Рис. 3. Колебания давления в точке $x = 1356$ м: а) экспериментальные данные, б) расчеты по модели (17) – (21)

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время имеется много работ по анализу связи структуры волновых пакетов с развитием трещины в пласте и её геометрическими характеристиками. При этом используются достаточно сложные модели, учитывающие большое число физических аспектов распространения акустических возмущений в сложных средах, приводящих к многопараметрическим системам с большим количеством свободных (неизвестных) параметров. На основе подбора этих параметров воспроизводится наблюдаемая форма волновых пакетов и делаются выводы о размерах трещины при ГРП. В частности, такой подход применен в [16] для расчета волнового пакета при гидроударе в скважине.

Основным результатом данной работы является демонстрация возможности расчета волнового пакета с использованием только геометрических и физических характеристик самой скважины. Более точно, для конкретной скважины, исследованной в [16], показано, что основной волновой пакет, генерируемый остановкой насосов, полностью определяется физическими свойствами верхней части скважины и не зависит от её конфигурации ниже пакера и условий распространения сигналов в пласте. Простая математическая модель определяет форму волнового пакета, описывает изменение амплитуды вдоль скважины и характерную частоту волнового сигнала. Единственный свободный параметр k определяет скорость диссипации энергии, связанной с нестационарным струйным течением в окрестности скачка сечения канала. При этом при известной геометрии скважины все необходимые значения величин для расчета волнового пакета могут быть определены заранее. Данное утверждение справедливо только для определенного типа нагнетательных скважин. Ясно, что речь идет о применимости граничного условия (14) для расчета волновых процессов в НКТ. Поэтому при дальнейшем развитии модели следует модифицировать это условие для различных типов скважин, в том числе и для скважин, применяемых для проведения ГРП.

Проблема зависимости амплитудных и фазовых характеристик акустического сигнала от объема закачанной в пласт жидкости, её реологии и условий связи скважины с пластом может быть исследована при развитии данного подхода и является целью дальнейших исследований.

REFERENCES

- [1] N.E. Joukowsky, *On hydraulic hammer in water mains*, Moscow, 1949.
- [2] C. Holzhaugen, R. Gooch, *Impedance of hydraulic fracture: its measurement and use for estimating fracture closure and dimensions*, Paper SPE 13892 presented at the SPE/DOE Low Permeability Gas Reservoirs Symposium, 1985.
- [3] N. Khalevin, *Measurement of rock porosity by sonic well logging*, *Razvedochnaya i Promyslovaya Geofizika*, **30** (1985), 3–9.
- [4] T. Walker, *Fracture zones vary acoustic signal amplitudes*, *World Oil*, **6** (1962), 135–142.
- [5] R. Morris, D. Grine, T. Arkfeld, *Using compressing and sheer acoustic amplitudes for location of fracture*, *Journal of Petroleum Technology*, **16** (1964), 623–632.
- [6] F. Mathieu, M. Toksoz, *Application of full waveform acoustic logging data to the estimation of reservoir permeability*, *Proceedings, Soc. of Exploration Geophysicist 54th International Meeting*, 1984, 9–12.
- [7] M. Carey, S. Mondal, M. Sharma, *Analysis of water hammer signatures for fracture diagnostics*, Paper SPE 174866-MS presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 2015.

- [8] R. Paige [et al.], *Fracture measurment using hydraulic impedance testing*, Paper SPE 24824 presented at the 68th annual technical conference and exhibition, 1992.
- [9] R. Paige, L. Murray, J. Roberts, *Field application of hydraulic impedance testing for fracture measurement*, Paper SPE 26525 presented at the Annual Technical Conference and Exhibition, 1993.
- [10] C. Holzhaugen, H. Egan, *Fracture diagnostics in East Texas and Western Colorado using hydraulic-impedance method*, Paper SPE 15215 presented at the SPE Unconventional Gas technology Symposium, 1986.
- [11] T. Patzek, A. De, *Lossy transmission line model of hydrofractured well dynamics*, Journal of Petroleum Science and Engineering, **25**:12 (2000), 59–77.
- [12] A.V. Valov, S.V. Golovin, *Determination of hydraulic fracture parameters using a non-stationary fluid injection*, J. Phys.: Conf. Ser., **722** (2016), 012008.
- [13] V.V. Shelukhin, V.A. Baikov, S.V. Golovin, A.Y. Davletbaev, V.N. Starovoirov, *Fractured water injection wells: Pressure transient analysis*, International Journal of Solids and Structures, **51** (2014), 2116–2122.
- [14] F. Santarelli [et al.], *Sand production on water injectors: Just how bad can it get?*, SPE Drill & Compl., **12**:2 (2000), 132–139.
- [15] H. Vaziri [et al.], *Computation of sand production in water injectors*, Paper SPE 107695 presented at the European Formation Damage Conference, 2007.
- [16] X. Wang, K. Hovem, D. Moos, Y. Quan, *Water hammer effects on water injection well performance and longevity*, Paper SPE 112282 presented at the SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, 2008.
- [17] H. Schlichting, *Boundary layer theory*, Pergamon Press. London, 1955. MR0076530
- [18] S. Choi, W. Huang, *Impact of water hammer in deep sea water injection wells*, Paper SPE 146300 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 2011.

LIAPIDEVSKII VALERY YURIEVICH
LAVRENTYEV INSTITUTE OF HYDRODYNAMICS SB RAS,
PR. ACAD. LAVRENTYEVA 15,
630090, NOVOSIBIRSK, RUSSIA
E-mail address: liapid@hydro.nsc.ru

VLADIMIR VALERYEVICH NEVEROV
LAVRENTYEV INSTITUTE OF HYDRODYNAMICS SB RAS,
PR. ACAD. LAVRENTYEVA 15,
630090, NOVOSIBIRSK, RUSSIA
E-mail address: NeverovVladim@gmail.com

ANTON MIROSLAVOVICH KRIVTSOV
PETER THE GREAT ST.PETERSBURG POLYTECHNIC UNIVERSITY,
ST. POLITEKHNICHESKAYA, 29,
195251, SAINT PETERSBURG, RUSSIA
E-mail address: akrivtsov@bk.ru