S©MR ISSN 1813-3304

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports

http://semr.math.nsc.ru

Том 18, №2, стр. A. 93–A. 108 (2021) УДК 517.5
DOI 10.33048/semi.2021.18.126 MSC 01-06

Special issue: International S.B. Stechkin's Workshop-Conference
on Function Theory (Russia, Altai Republic, August 9–19, 2021)

МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКОЛА-КОНФЕРЕНЦИЯ С. Б. СТЕЧКИНА ПО ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ, ПОСВЯЩЕННАЯ 85-ЛЕТИЮ ЧЛ.-КОРР. РАН Ю. Н. СУББОТИНА И ЗАСЛУЖЕННОГО ДЕЯТЕЛЯ НАУКИ РФ Н. И. ЧЕРНЫХ

В.В. АРЕСТОВ, В.И. БЕРДЫШЕВ, А.Г. БАБЕНКО, Ю.С. ВОЛКОВ, М.В. ДЕЙКАЛОВА

Abstract. Brief information about S. B. Stechkin's workshop-conference on function theory for the fifty years of its existence is given. The 46th workshop-conference dedicated to the 85th anniversary of Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences Yu. N. Subbotin and Honored Scientist of the Russian Federation N. I. Chernykh, which took place with face-to-face and virtual participation in the Chemal region of the Altai Republic from August 9 to 19, 2021, is presented in more detail. The list of reports with a summary of the participants of the workshop-conference is given.

Keywords: function theory, best approximation of functions and operators, approximative methods, extremal problems, splines, wavelets, geodesic fields navigation, geometric problems of approximation theory, numerical analysis.

Arestov, V.V., Berdyshev, V.I., Babenko, A.G., Volkov, Yu.S., Deikalova, M.V., International S.B. Stechkin's Workshop-Conference on Function Theory dedicated to the 85th anniversary of Yu.N. Subbotin and N.I. Chernykh.

Работа по организации и проведению школы-конференции выполнена в рамках исследовательской и образовательной деятельности Уральского математического центра при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (номер соглашения 075-02-2021-1383).

Поступила 9 декабря 2021 г., опубликована 23 декабря 2021 г.

1. Введение

В 2021 году исполнилось пятьдесят лет с момента проведения первой Школы Стечкина, которая представляет собой уникальное явление в научной жизни России и ряда бывших республик Советского союза. Начиная с начала семидесятых годов прошлого века, группа ученых из нескольких десятков человек практически ежегодно собирается, обычно летом на срок от 7 до 14 дней, чтобы обсудить полученные результаты, планы на будущее, отследить и предвосхитить тенденции и направления развития теории функций. Организатором, научным руководителем, "верховным судьей" и мудрым наставником Школы был выдающийся математик, доктор физико-математических наук, профессор Сергей Борисович Стечкин.

Основными инициаторами и организаторами проведения Школы на протяжении многих лет являются Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН (ИММ УрО РАН) и Уральский федеральный университет (УрФУ). Бо́льшая часть Школ проходила на Урале, в Свердловской и Челябинской областях. В тяжелые для страны 1991 и 1992 годы Школы не проводились. В 1993 и 1994 гг. они проходили в Башкирии, недалеко от Белорецка на турбазах «Агидель» и «Арский камень» соответственно. В 1995 г. в МГУ состоялась 20-я Школа — последняя из Школ с участием С. Б. Стечкина.

Начиная с 1996 года Школы проводились каждое лето, чаще всего — в Ильменском государственном заповеднике в окрестности Миасса. В 2007 г. основным организатором Школы был Тульский государственный университет. В 2009 г. Школу организовали пять китайских научно-образовательных учреждений, расположенных в Пекине: Пекинский педагогический университет, Столичный педагогический университет, Пекинский университет авиации и космонавтики, Северо-Китайский университет электроэнергетики, Институт прикладного дистанционного зондирования Китайской академии наук. В 1986 и 2016 гг. Школа проходила в окрестностях Душанбе, столицы Таджикистана. Основными организаторами этих Школ являлись Академия наук Республики Таджикистан (АН РТ), Институт математики им. А. Джураева АН РТ, Таджикский национальный университет. В 2020 г. из-за пандемии Школа прошла в дистанционном формате в Екатеринбурге и была посвящена 100-летию со дня рождения основателя Школы С. Б. Стечкина (06.09.1920–22.11.1995).

С более подробной хронологией и традициями Школы можно ознакомиться в [1–4]. В [4] помимо информации о 45-й Школе приведены воспоминания некоторых ее участников о Сергее Борисовиче.

2. 46-я школа-конференция

В 2021 году с 9 по 19 августа состоялась 46-я Международная школа-конференция С. Б. Стечкина по теории функций, которая была посвящена 85-летию член-корреспондента РАН Ю. Н. Субботина и заслуженного деятеля науки РФ Н. И. Черных — учеников Сергея Борисовича, чьи научные достижения и многогранная деятельность отражены в [5–9].

В период проведения Школы поступило печальное сообщение о том, что 15 августа 2021 г. на 86-м году жизни после тяжелой болезни скончался главный научный сотрудник ИММ УрО РАН, член-корреспондент РАН, профессор, доктор физико-математических наук Юрий Николаевич Субботин — выдающийся специалист в области теории функций, теории аппроксимаций, вычислительной математики, создатель и руководитель уральской школы по теории сплайнов, неизменный участник Стечкинских школ.

Николай Иванович Черных и Юрий Николаевич Субботин.

Школа-конференция была организована сотрудниками УрФУ, ИММ УрО РАН и Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН. Сопредседатели оргкомитета — доктор физико-математических наук, академик РАН В. И. Бердышев (Екатеринбург, Россия) и доктор физико-математических наук, профессор В. В. Арестов (Екатеринбург, Россия). Школа прошла в очно-заочном формате на живописном берегу реки Катунь на двух базах отдыха (территории которых примыкают друг к другу) "Бирюза" и "Сенди Бич", расположенных рядом с селом Узнезя Чемальского района Республики Алтай (в 70 км. от Горно-Алтайска). Инициатива выбора столь удачного места проведения Школы принадлежит доктору физико-математических наук Ю. С. Волкову. Он и его коллеги из Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (г. Новосибирск) взяли на себя большую часть хлопот по встрече и размещению участников, а также активно участвовали во всех мероприятиях, связанных с организацией и проведением Школы.

В работе 46-й школы-конференции С. Б. Стечкина приняли участие 47 человек из России и 11 человек из других стран. Было сделано 42 научных доклада по основным направлениям современной теории функций, теории приближений и применению аппроксимационных методов при решении задач в других областях математики. Часть представленных результатов была рекомендована к опубликованию и после рецензирования вышла в свет в виде отдельных статей [10–14] в настоящем номере.

Очные участники 46-й школы-конференции С. Б. Стечкина и сопровождающие их лица (Республика Алтай, 9–19 августа 2021 г.).

Заочные участники 46-й школы-конференции С. Б. Стечкина.

3. Оргкомитет и программный комитет 46-й школы-конференции

Оргкомитет: академик РАН В. И. Бердышев (сопредседатель, Екатеринбург), профессор В. В. Арестов (сопредседатель, Екатеринбург), д. ф.-м. н. А. Г. Бабенко (зам. председателя, Екатеринбург), д. ф.-м. н. Ю. С. Волков (зам. председателя, Новосибирск), академик РАН С. В. Конягин (Москва), академик АН РТ М. Ш. Шабозов (Душанбе, Таджикистан), член-корр. РАН Ю. Н. Субботин (Екатеринбург), Г. Акишев (Нур-Султан, Казахстан), Р. Р. Акопян (Екатеринбург), Н. Ю. Антонов (Екатеринбург), Е. Е. Бердышева (Гиссен, Германия), П. Ю. Глазырина (Екатеринбург), М. В. Дейкалова (Екатеринбург), В. И. Иванов (Тула), Н. А. Ильясов (Баку, Азербайджан), Лю Йонг Пинг (Пекин, Китай), С. И. Новиков (ученый секретарь, Екатеринбург), С. Д. Ревес (Будапешт, Венгрия), Н. Н. Холщевникова (Москва), И. Г. Царьков (Москва), Н. И. Черных (Екатеринбург).

Программный комитет: В. В. Арестов (председатель), Р. Р. Акопян, Н. Ю. Антонов, П. Ю. Глазырина, М. В. Дейкалова (секретарь).

4. Список и аннотации докладов (в алфавитном порядке)

Акишев Г. (Нур-Султан, Казахстан) Об оценках наилучших n-приближений периодических функций в пространстве Лоренца (40 минут)

В докладе рассматриваются $L_{p,\tau}(\mathbb{T}^m)$ – классическое пространство Лоренца 2π-периодических функций m переменных и функциональный класс $W^{a,b}_{p,\tau}$, $1 < p,\tau < \infty$, $0 < a < \infty$, $b \in \mathbb{R}$, связанный с известным пространством Никольского – Бесова $S^r_{p,\tau,\theta}B$ в этом пространстве. Представлены оценки наилучших n-приближений тригонометрическими полиномами функций из класса $W^{a,b}_{p,\tau_1}$ по норме пространства $L_{q,\tau_2}(\mathbb{T}^m)$ при различных соотношениях между параметрами $p, q, \tau_1, \tau_2, \theta, a, b$.

Акопян Р. Р. (Екатеринбург, Россия) Наилучшее приближение операторов дифференцирования на классе Соболева аналитических в полосе функций (50 минут)

Получено решение взаимосвязанных экстремальных задач на классе функций, аналитических в полосе, с конечными L^2-нормами предельных значений функций на одной граничной прямой и ограниченными L^2-нормами предельных значений производной порядка n на другой граничной прямой: наилучшего приближения оператора дифференцирования относительно равномерной нормы на промежуточной прямой ограниченными операторами; оптимального восстановления производной порядка k на промежуточной прямой по заданным с погрешностью значениям функции на граничной прямой. Получено точное неравенство колмогоровского типа, оценивающее равномерную норму производной порядка k на промежуточной прямой через L^2-нормы предельных граничных значений функции и производной порядка n. Полный текст доклада в виде статьи опубликован в текущем номере [10].

Антонов Н. Ю. (Екатеринбург, Россия) О сходимости рядов Фурье непрерывных функций с ограничением на фрактальность их графиков (30 минут), соавтор: Griднев М. Л. (Екатеринбург, Россия)

Получено уточнение классической оценки скорости равномерной сходимости частичных сумм тригонометрических рядов Фурье непрерывных периодических функций одной переменной через модуль непрерывности этих функций при дополнительных ограничениях на фрактальность графиков этих функций в случае, когда модуль непрерывности стремится к нулю в нуле достаточно медленно. Доказана неулучшаемость по порядку полученной оценки.

Арестов В. В. (Екатеринбург, Россия) Сопряженность пространства (p,q)-мультипликаторов (60 минут)

A. Figà-Talamanca и G. I. Gaudry доказали (1967), что пространство $\mathcal{L}_{p,q} = \mathcal{L}_{p,q}(G)$ линейных ограниченных операторов из пространства L_p в пространство L_q, $1 \le p \le q < \infty$, на локально компактной группе G, инвариантных относительно сдвига (точнее, операции группы), является сопряженным пространством для конструктивно описанного ими пространства $A_{p,q} = A_{p,q}(G)$. Такой результат для случая $q = p$ A. Figà-Talamanca получил ранее (1965). В сообщении автора для пространства $\mathcal{L}_{p,q}(\mathbb{R}^m)$ или, то же самое, для пространства мультипликаторов $M_{p,q} = M_{p,q}(\mathbb{R}^m)$ пары пространств Лебега $L_p(\mathbb{R}^m)$, $L_q(\mathbb{R}^m)$, $1 \le p \le q \le \infty$, предъявлено банахово функциональное пространство $F_{p,q} = F_{p,q}(\mathbb{R}^m)$ с двумя свойствами. Пространство $M_{p,q}$ является для $F_{p,q}$ сопряженным: $F^*_{p,q} = M_{p,q}$; доказано, что на самом деле $F_{p,q}$ совпадает с $A_{p,q} = A_{p,q}(\mathbb{R}^m)$. Пространство $F_{p,q}$ описано в иных терминах в сравнении с $A_{p,q}$. Подобный результат для случая $q = p$ автор получил ранее (2019). Пространство $F_{p,q}$ возникло и используется автором, начиная с 1980 года, в исследованиях задачи Стечкина о наилучшем приближении операторов дифференцирования линейными ограниченными операторами в пространствах Лебега $L_\gamma(\mathbb{R}^m)$, $1 \le \gamma \le \infty$.

Бабенко А. Г. (Екатеринбург, Россия) О точном (C,L)-неравенстве Джексона – Никольского для тригонометрических полиномов (60 минут), соавторы: Горбачев Д. В. (Тула, Россия), Дейкалова М. В. (Екатеринбург, Россия), Крякин Ю. В. (Вроцлав, Польша)

Приводится развитие нового подхода к решению экстремальной задачи о точном неравенстве между равномерной и интегральной нормами на пространстве тригонометрических полиномов. Указанный подход и его развитие разработаны совместно А. Г. Бабенко, Д. В. Горбачевым, М. В. Дейкаловой и Ю. В. Крякиным.

Байдакова Н. В. (Екатеринбург, Россия) Аппроксимация производных функции, заданной на симплексе, при интерполяции Лагранжа алгебраическими многочленами (50 минут), соавтор: Ю. Н. Субботин (Екатеринбург, Россия)

Получены новые оценки сверху в задаче аппроксимации производных порядка k функции d переменных, заданной на симплексе, производными алгебраического многочлена степени не выше n $(0 \le k \le n)$, интерполирующего значения функции в равноотстоящих узлах симплекса. Оценки получены в терминах диаметра симплекса, угловой характеристики, введенной авторами, размерности d, степени многочлена n, порядка k оцениваемой производной и не содержат неизвестных параметров. Рассматривается сравнение полученных оценок с наиболее часто встречающимися в литературе.

Беднов Б. Б. (Москва, Россия) О чебышевских и монотонно линейно связных множествах (30 минут)

В докладе рассказаны результаты о взаимосвязи классов чебышевских множеств и монотонно линейно связных множеств в различных банаховых пространствах.

Беднова В. Б. (Москва, Россия) О применении интегральных формул для решения задачи термоупругости неоднородного тела (20 минут)

В докладе рассмотрена нестационарная задача термоупругости для неоднородного тела (исходная задача). Для решения задачи используются интегральные формулы, позволяющие выразить перемещения и температуру исходной задачи через перемещения и температуру сопутствующей задачи (задача для однородного тела, аналогичная исходной).

Белых В. Н. (Новосибирск, Россия) К вопросу хорошей обусловленности ненасыщаемых квадратурных формул (40 минут)

Указан достаточный признак хорошей обусловленности (устойчивости к ошибкам округлений) ненасыщаемых квадратурных формул с весовой функцией из L_p $(1 < p < \infty)$. Полный текст доклада в виде статьи опубликован в текущем номере [11].

Бердышев В. И. (Екатеринбург, Россия) Траектория наблюдателя и скрытость объекта, обходящего препятствие по кратчайшей кривой (60 минут)

Объект t, движущийся из начальной точки в заданную конечную точку вынужден обойти препятствие – ограниченное связное телесное множество G. Задача наблюдателя f, стартующего одновременно с объектом t, состоит в поиске траектории $\mathfrak{F}f$, обеспечивающей слежение за объектом на возможно большей части траектории $\mathfrak{F}t$ объекта и возможно меньшую скрытость объекта от наблюдателя. В докладе, в частности, при условии равенства величин скоростей объекта и наблюдателя, приводятся примеры траекторий $\mathfrak{F}f$, для которых указаны контролируемые наблюдателем участки траектории $\mathfrak{F}t$, а для непросматриваемых участков указана скрытость объекта.

Бердышева Е. Е. (Гиссен, Германия) Метрические ряды Фурье многозначных функций ограниченной вариации (50 минут), соавторы: Nira Dyn, Elza Farkhi, Alona Mokhov (Тель-Авив, Израиль)

Изучаются многозначные функции, отображающие вещественный интервал в пространство непустых компактных подмножеств пространства $\mathbb{R}^d$. Известные методы приближения таких функций работают практически только для функций, значения которых являются выпуклыми множествами; стандартные методы обладают свойством конвексификации, т. е. овыпукливания. В докладе описана новая конструкция, дающая аналог тригонометрических рядов Фурье для многозначных функций с произвольными, т. е. не обязательно выпуклыми, значениями. Основной результат авторов есть аналог классической теоремы Дирихле – Жордана для вещественнозначных функций. А именно, показано, что частичные суммы метрических рядов Фурье многозначной функции ограниченной вариации поточечно сходятся в метрике Хаусдорфа к некоторому множеству, описанному в терминах метрических выборок функции. В частности, если многозначная функция ограниченной вариации F непрерывна в точке x, то частичные суммы ее метрического ряда Фурье сходятся к $F(x)$. Если функция F непрерывна на замкнутом интервале I, то сходимость является равномерной на I.

Берестова Е. В. (Екатеринбург, Россия) Неравенство Планшереля – Полиа в $L^p(\mathbb{R}^n)$, $1 \le p \le 2$, для целых функций экспоненциального типа (50 минут)

Рассматривается множество целых функций n переменных экспоненциального типа Ω. Доклад посвящен неравенству Планшереля – Полиа об оценке l_p-нормы последовательности значений функций на равномерно дискретном множестве точек $\mathbb{R}^n$ через L^p-норму функции.

Богданов В. В. (Новосибирск, Россия) Простой и надежный алгоритм для выпуклой интерполяции обобщенными кубическими сплайнами (50 минут)

Предложено простое и надежное правило выбора управляющих параметров для нелокальных конструкций обобщенных кубических сплайнов с целью сохранения свойства выпуклости интерполяционных данных. Такой обобщенный сплайн почти оптимально близок к классическому кубическому сплайну в смысле близости управляющих параметров и в то же время наследует свойство выпуклости данных. Алгоритм с небольшими вариациями применим к ряду конкретных популярных обобщений классического сплайна.

Бородин П. А. (Москва, Россия) О последовательностях рациональных уклонений (50 минут), соавтор: Eva Kopecka (Инсбрук, Австрия)

Впервые удалось показать, что в норме L_2 наименьшие рациональные уклонения не могут образовывать произвольную строго монотонную последовательность, стремящуюся к нулю. Более точно, это доказано на примере пространства H_2 в верхней полуплоскости. Равномерная норма в этом смысле лучше: еще в 1994 году А. А. Пекарский доказал, что последовательность рациональных уклонений в комплексном пространстве $C[0,1]$ может быть произвольной строго монотонной последовательностью, стремящейся к нулю.

Бурушева Л. Ш. (Москва, Россия) Оценки скорости сходимости жадного алгоритма для трех подпространств (20 минут)

В докладе дан обзор оценок скорости сходимости циклического и жадного алгоритмов для конечного количества подпространств и рассмотрены оценки скорости сходимости чисто жадного алгоритма для трех подпространств.

Васильева А. А. (Москва, Россия) Колмогоровские поперечники пересечения семейства конечномерных шаров (45 минут)

Получены порядковые оценки колмогоровских n-поперечников пересечения семейства шаров вида rB_p^N в пространстве l_q^N при $n \le N/2$.

Волков Ю. С. (Новосибирск, Россия) Свойство диагонального преобладания матриц в некоторых задачах теории приближения (50 минут)

В докладе рассмотрены несколько задач теории приближения, в частности, сплайн интерполяции, решение которых существенно опирается на свойство диагонального преобладания матриц систем линейных уравнений, возникающих в задачах. Свойство диагонального преобладания позволяет устанавливать эффективные оценки решений систем уравнений. Рассматрены матрицы конечной размерности и дважды бесконечные.

Воронин А. Ф. (Новосибирск, Россия) О методе эффективной факторизации матриц-функций в алгебре Винера (45 минут)

В докладе рассмотрена векторная краевая задача Римана – Гильберта (которая также называется краевой задачей Римана или задачей факторизации). Эта задача является наиболее востребованной задачей комплексного анализа. Отметим, что ее решение в общем случае – проблема. В докладе предложен новый подход к исследованию краевой задачи Римана – Гильберта: задача сводится к усеченному уравнению Винера – Хопфа (уравнению в свертках второго рода на конечном интервале). Найдена взаимосвязь между задачей факторизации матрицы-функции в алгебре Винера порядка два и усеченным уравнением Винера – Хопфа. Получена явная формула этой взаимосвязи. Усеченное уравнение Винера – Хопфа является одним из наиболее изученных интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Поэтому можно ожидать, что идея такого сведения приведет к созданию метода факторизации матриц-функций общего вида. Предварительные результаты в этом направлении также изложены в докладе.

Габдуллин М. Р. (Москва, Россия) Множество квадратов на коротком промежутке является Λ_4-множеством (50 минут)

J. Cilleruelo и A. Cordoba выдвинули следующую гипотезу: для любого $\gamma \in (0,1)$ справедливо

$$\Bigg\| \sum_{N \le n \le N+N^\gamma} a_n e^{2\pi i n^2 x} \Bigg\|_4 \le C(\gamma) \left(\sum_{N \le n \le N+N^\gamma} |a_n|^2 \right)^{1/2},$$

т. е. множество $\{n^2 : N \le n \le N+N^\gamma\}$ является Λ_4-множеством. Доказано это для любого $\gamma < \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.618\ldots$ и обсуждены связанные с этим результаты и гипотезы.

Глазырина П. Ю. (Екатеринбург, Россия) Неравенство Турана, обратное к неравенству Маркова, для компактов комплексной плоскости (25 минут), соавторы: Горячева Ю. С. (Екатеринбург, Россия), Ревес С. Д. (Будапешт, Венгрия)

В докладе рассмотрены результаты, посвященные оценке нормы многочлена через норму его производной при ограничениях на нули многочлена.

Горбачев Д. В. (Тула, Россия) Задачи Чебышева о наименее уклоняющихся от нуля многочленах и неравенства Никольского (50 минут)

В 2021 году исполняется 200 лет со дня рождения выдающегося русского математика и механика, основоположника теории приближений П. Л. Чебышева. Им была поставлена и решена ставшая знаменитой задача о многочлене, наименее уклоняющимся от нуля в равномерной метрике. Данная задача и ее весовые варианты в других метриках относятся к классическому направлению теории приближений, включающему точные неравенства Маркова и Бернштейна для производных, неравенства разных метрик Никольского для полиномов и целых функций экспоненциального типа. Все эти проблемы оказываются взаимосвязанными, они находят интересные приложения в теории чисел, метрической геометрии.

Горбачев Д. В. (Тула, Россия) Решение задачи Дельсарта для 4-дизайнов на 2-сфере (50 минут), соавтор: Мартьянов И. А. (Тула, Россия)

Решается точно экстремальная задача Дельсарта для 4-дизайнов на сфере $\mathbb{S}^2$:

$$A_4 = A_{4,22} = 9.31033\ldots$$

Для этого авторы адаптировали метод Арестова – Бабенко для задачи Дельсарта для сферических кодов. Данный метод базируется на применении нелинейного программирования и решении полиномиальной системы уравнений. Для доказательства существования нужного решения такой системы применяется интервальный метод Кравчука из HomotopyContinuation.jl.

Задорин А. И. (Омск, Россия) Подходы к интерполяции функций с большими градиентами в пограничном слое (40 минут), соавтор: Блатов И. А. (Самара, Россия)

Доклад посвящен вопросам интерполяции функций с большими градиентами в пограничном слое. Проблема в том, что применение для интерполяции таких функций полиномиальных сплайнов и многочлена Лагранжа в случае равномерной сетки приводит к неприемлемым погрешностям. Рассмотрены два подхода к построению сплайнов и интерполяционных формул, погрешность которых равномерна по большим градиентам функции в пограничном слое: сгущение сетки в области пограничного слоя и в случае равномерной сетки подгонка интерполяционных формул к погранслойной составляющей, отвечающей за рост интерполируемой функции в пограничном слое.

Заставный В. П. (Донецк, ДНР) Неравенства для положительно определенных ядер и функций (40 минут)

Рассмотрены положительно определенные ядра и функции. Ключевым объектом в докладе является известное основное неравенство для таких ядер – неравенство Коши – Буняковского для специального скалярного произведения, порожденного заданным положительно определенным ядром. Показано, что неравенство Ингама (в частности, и неравенство Гильберта) – это, по существу, основное неравенство для положительно определенной на $\mathbb{R}$ функции $\sin(\pi x)/x$ и для целочисленной системы точек. С помощью основного неравенства доказаны новые неравенства типа неравенств Крейна – Горина и Ингама. Получены достаточные условия интегрируемости положительно определенных функций.

Иванов В. И. (Тула, Россия) Задача Чебышева о моментах неотрицательных многочленов (50 минут)

В задаче Чебышева ищутся экстремальные значения моментов неотрицательных многочленов на отрезке $[-1, 1]$ с фиксированным нулевым моментом. В 2020 году удалось решить задачу Чебышева для моментов нечетного порядка. Доклад посвящен изложению результатов, полученных для моментов четного порядка.

Леонтьева А. О. (Екатеринбург, Россия) Неравенства Бернштейна и Сеге для тригонометрических полиномов в пространствах L_p при $0 \le p \le \infty$ (45 минут)

Сделан обзор результатов, связанных с неравенствами Бернштейна и Сеге и имеющих прямое отношение к интересам докладчика в этой тематике. Обсуждены нерешенные задачи.

Липин А. Е. (Екатеринбург, Россия) Задача о мере объединения отрезков на плоскости с ограничениями на множество их концов (10 минут)

В 2019 году М. А. Патракеев на семинаре отдела топологии ИММ УрО РАН задал следующий вопрос. На единичном отрезке выбираются равномощные множества A и B, имеющие меру нуль. Между A и B устанавливается произвольная биекция φ. Далее на плоскости каждая точка вида $(a, 0)$ при $a \in A$ соединяется отрезком с точкой $(\varphi(a), 1)$. Объединение всех таких отрезков обозначается $S(A, B, \varphi)$. Спрашивается, какую меру в плоскости может иметь множество $S(A, B, \varphi)$ (в том числе, какие значения может принимать пара из верхней и нижней меры, если такое множество может быть неизмеримо)? Дан ответ на этот вопрос. Полный текст доклада в виде статьи опубликован в текущем номере [12].

Магарил-Ильяев Г. Г. (Москва, Россия) О наилучшем восстановлении полугруппы операторов по неточным измерениям (40 минут), соавтор: Сивкова Е. О. (Москва, Россия)

Для специальной однопараметрической полугруппы операторов рассмотрена задача наилучшего восстановления оператора при данном значении параметра по неточным его измерениям при других значениях параметров. Построено семейство оптимальных методов восстановления. В качестве следствия найдены оптимальные методы восстановления решения уравнения теплопроводности в данный момент времени при неточных его измерениях в другие моменты времени и оптимальные методы восстановления решения задачи Дирихле для полупространства на гиперплоскости при неточных его измерениях на других гиперплоскостях.

Малыхин Ю. В. (Москва, Россия) Жесткость в L_p и независимость (45 минут)

Известно, что ортонормированная система из N функций является жесткой в L_2, т. е. она плохо приближается в L_2 линейными пространствами (размерности, скажем, $N/2$). В L_1 для жесткости требуются более сильные условия. Так, оказалось, что система Уолша не является жесткой. Одно из достаточных условий жесткости – независимость системы (в смысле теории вероятностей). Обсуждены эти и некоторые другие результаты.

Манов А. Д. (Донецк, ДНР) Некоторые неравенства для положительно определенных функций (50 минут)

Из определения положительно определенных функций на вещественной оси $\mathbb{R}$ вытекает, что для любой положительно определенной функции $f(x)$ выполняется неравенство $|f(x)| \leqslant f(0)$, $x \in \mathbb{R}$. В докладе доказано, что если дополнительно $f(x) = 0$ при $|x| \geqslant 1$, то выполняется неравенство $|f(x)| + |f(y)| \leqslant f(0)$ для всех $x, y \in \mathbb{R}$ таких, что $|x| + |y| \geqslant 1$. Также найдены условия, при которых неравенство является точным.

Надь Б. (Сегед, Венгрия) Минимаксные задачи и теоремы о гомеоморфизме функций на интервале (30 минут), соавторы: Ревес С., Фаркаш Б. (Будапешт, Венгрия)

Исследованы экстремальные задачи на интервале $[0, 1]$, которые связаны с суммами сдвигов, возможно, различных ядерных функций. Допускаются очень общие функции поля для более широкого круга приложений. Одним из основных результатов является теорема о глобальном гомеоморфизме для разностей локальных максимумов функций сумм сдвигов. В качестве непосредственного приложения можно вывести интерполяцию Лагранжа для алгебраических и тригонометрических многочленов. Кроме того, можно обобщить теорему Микелси и Пашковского и некоторые результаты Боянова. Авторы также исследовали минимаксные задачи для таких сумм сдвигов и получили общий минимаксный результат, в котором равноволновые, минимаксные и максиминные конфигурации связаны друг с другом.

Никифорова Т. М. (Екатеринбург, Россия) Неравенство для первой и второй производных алгебраического многочлена на эллипсе (30 минут)

В докладе приводится утверждение, в частном случае обобщающее неравенства Даффина – Шеффера и Виденского на отрезке $[-1,1]$ для первой и второй производных алгебраического многочлена на случай эллипса.

Паюченко Н. С. (Екатеринбург, Россия) Неравенство Колмогорова на оси с односторонним ограничением на вторую производную (25 минут)

Доклад посвящен варианту неравенства Колмогорова с положительной срезкой второй производной на оси

$$\|y'\|_{L_q(\mathbb{R})} \le K \left(\|y\|_{L_r(\mathbb{R})} \|y''_+\|_{L_p(\mathbb{R})}\right)^{1/2}.$$

Представлена связь с неравенством на отрезке в случае равенства в условии Габушина $(1/r+1/p=2/q)$ и найдены точные константы для следующих троек параметров: $q=r=p=1$; $q=2$, $r=1$, $p=\infty$; $q=2$, $r=\infty$, $p=1$. Полный текст доклада в виде статьи опубликован в текущем номере [13].

Плещева Е. А. (Екатеринбург, Россия) Периодические интерполяционно-ортогональные базисы КМА и всплесков (50 минут)

На основе имеющихся ортогональных масок масштабирующих функций получены маски, позволяющие построить интерполяционные масштабирующие функции, остающиеся при этом ортогональными. При таком построении можно получить бесконечно много интерполяционно-ортогональных базисов кратномасштабного анализа на $\mathbb{R}$ таких, что преобразование Фурье масштабирующей функции имеет компактный носитель. На основе таких масштабирующих функций получены новые интерполяционно-ортогональные периодические базисы кратномасштабного анализа, которые, благодаря компактности носителя масштабирующей функции, являются тригонометрическими полиномами. Полный текст доклада в виде статьи опубликован в текущем номере [14].

Разумовская Е. В. (Саратов, Россия) Параметрический метод в теории однолистных функций (30 минут)

В докладе представлены некоторые задачи в классах однолистных функций, решаемые использованием параметрического метода, порожденного уравнением Левнера.

Ревес С. Д. (Будапешт, Венгрия) Сравнение интегралов от неотрицательных и положительно определенных функций по разным мерам (45+45 минут), соавтор: Гааль М. Г. (Венгрия)

Эта работа развилась из предыдущей попытки авторов в экстремальной задаче сравнения интегралов от неотрицательных и положительно определенных функций на разных интервалах, скажем, на $I := [-1, 1]$ и $J := [-T, T]$. Найдена постоянная $C(T)$ такая, что интеграл по J не более чем в $C(T)$ раз отличается от интеграла по I. После публикации этого результата выяснилось, что Б. Логан получил такую же оценку за 20 лет до авторов. Как ни странно, доказательства были несколько разными, но (сложная) верхняя оценка для $C(T)$ его и авторов совпала. Авторы предполагают, что полученная константа все еще не точна, но это все еще не решено. Обсуждена гипотеза авторов о том, что в принципе их подход оптимален. Они пришли к этому, опираясь на два основных элемента: один из них – это формула двойственности в смысле линейного программирования, которая по своей сути имеет действительные значения, и использование положительной определенности, которая по своей сути является комплекснозначным понятием. Сочетание этих двух причин вызывает некоторые сложности. Далее рассмотрены произвольные меры μ и ν на произвольных локально компактных абелевых группах. Показано, при каких условиях существует постоянная C такая, что интеграл от неотрицательной и положительно определенной функции f относительно μ никогда не может превышать C интегралов от f относительно ν. Затем сделана дальнейшая конкретизация, когда борелевские меры μ, ν являются либо чисто атомными, либо абсолютно непрерывными относительно меры Хаара.

Теляковский Д. С. (Москва, Россия) Об условиях Коши – Римана (60 минут)

В 1935–36 гг. Д. Е. Меньшов доказал, что непрерывная функция, которая в каждой точке ζ области имеет производную вдоль некоторого крестика K_ζ с центром в точке ζ, т. е. вдоль объединения двух пересекающихся в ζ непараллельных интервалов, является в области голоморфной. Это обобщение теоремы Лумана – Меньшова о голоморфности непрерывных функций, удовлетворяющих условиям Коши – Римана.

В 1989 г. Д. С. Теляковский установил, что в этой теореме Меньшова вместо непрерывности достаточно предполагать локальную суммируемость $\big(\log^+ |f(z)|\big)^p$ при всех положительных $p < 2$, причем это условие суммируемости существенно ослабить нельзя. В докладе показано, что в этом утверждении условие дифференцируемости можно ослабить. Достаточно, чтобы для каждой точки ζ существовали:

(а) такой крестик K_ζ и такое число L_ζ, для которых $\forall z \in K_\zeta$ выполнено неравенство
$$|f(z) - f(\zeta)| \le L_\zeta |z - \zeta|,$$

(б) такая последовательность $\{\zeta_n\}$, $\zeta_n \to \zeta$, для которой существует конечный предел $\dfrac{f(\zeta_n) - f(\zeta)}{\zeta_n - \zeta}$, причем последовательность $\{\zeta_n\}$ имеет в точке ζ два неколинеарных касательных направления.

Построен пример, показывающий, что условие (а) существенно ослабить нельзя.

Тимофеев В. Г. (Саратов, Россия) Экстремальные неравенства типа Ландау для функций многих переменных и родственные задачи (50 минут)

В докладе рассмотрены родственные задачи теории приближений: экстремальные неравенства типа Ландау – Колмогорова и связанные с ними задачи наилучшего приближения операторов дифференцирования на некоторых классах функций многих переменных, а также задачи оптимального восстановления операторов дифференцирования, заданных на множествах, элементы которых известны с некоторой погрешностью. Приведены примеры, в которых решение первой задачи автоматически влечет решение двух других. Обсуждены некоторые обобщения сформулированных результатов.

Филатова М. А. (Екатеринбург, Россия) О неравенствах колмогоровского типа для степеней диссипативного оператора в гильбертовом пространстве (15 минут)

Доклад посвящен неравенствам вида $\|A^k x\| \le M_{n,k}\|x\|^{\frac{n-k}{n}}\|A^n x\|^{\frac{k}{n}}$, $x \in \mathcal{D}(A^n)$, связывающим норму значения промежуточной степени диссипативного оператора в гильбертовом пространстве через значение этого оператора и значение его степени старшего порядка ($1 \le k \le n$).

Черных Н. И. (Екатеринбург, Россия) Всплески в краевой задаче Дирихле для односвязной области с гладкой границей на плоскости (50 минут)

Разработанный автором ранее численный метод решения с помощью всплесков краевой задачи Дирихле в круге распространен на случай односвязных областей с гладкой границей на плоскости.

Шабозов М. Ш. (Душанбе, Таджикистан) Среднеквадратическое приближение некоторых классов функций комплексного переменного рядами Фурье в весовом пространстве Бергмана $B_{2,\gamma}$ (30 минут), соавтор: Саидусайнов М. С. (Душанбе, Таджикистан)

В докладе рассмотрены экстремальные задачи среднеквадратического приближения функций комплексного переменного, регулярных в области $D \subset \mathbb{C}$, рядами Фурье по ортогональной в D системе функций $\{\varphi_k(z)\}_{k=0}^{\infty}$, принадлежащих весовому пространству Бергмана $B_{2,\gamma}$ с конечной нормой

$$\|f\|_{2,\gamma} := \|f\|_{B_{2,\gamma}} = \left(\frac{1}{2\pi}\iint\limits_{(D)} \gamma(|z|)|f(z)|^2 d\sigma\right)^{1/2},$$

где $\gamma := \gamma(|z|) \ge 0$ – вещественная интегрируемая в области D функция, а интеграл понимается в смысле Лебега, $d\sigma := dxdy$ – элемент площади.

Более подробно исследована сформулированная задача в случае, когда D – единичный круг в пространстве $B_{2,\gamma_{\alpha,\beta}}$, $\gamma_{\alpha,\beta} = |z|^\alpha(1-|z|)^\beta$, $\alpha, \beta > -1$, – вес Якоби. В этом случае доказаны точные неравенства типа Джексона – Стечкина, связывающие величину наилучшего среднеквадратичного полиномиального приближения $f \in \mathcal{B}^{(r)}_{2,\gamma_{\alpha,\beta}}$ и $\mathcal{K}$-функционала Петре. В случае $\gamma_{\alpha,\beta} \equiv 1$ получены ранее известные результаты.

Ямковой Д. А. (Екатеринбург, Россия) Интерполяционно-ортогональные всплески в основной краевой задаче для полигармонического уравнения в круге (30 минут)

Получено точное решение основной краевой задачи для полигармонического уравнения в круге. Решение представлено в виде ряда по системе гармонических интерполяционно-ортогональных всплесков, построенных в серии работ Ю. Н. Субботина и Н. И. Черных.

References

[1] V.I. Berdyshev, *Stechkin's workshop — what is it?* East J. Approx., **2**:2 (1996), 135–140. Zbl 0852.01057

[2] V.I. Berdyshev, *Chronology of S.B. Stechkin's workshop 1971–2006*, Proceedings of International Summer Mathematical Stechkin Workshop on Function Theory. Publishing House of Tula State Univ., Tula, 2007, 7–14.

[3] V.I. Berdyshev, V.V. Arestov, M.Sh. Shabozov, *S.B. Stechkin's Workshop. Historical reference,* Proceedings of International Summer Mathematical Stechkin School-Conference on Function Theory. Ofset, Dushanbe, 2016, 6–10.

[4] V.V. Arestov, V.I. Berdyshev, M.V. Deikalova, S.V.Konyagin, D.S.Telyakovskii, *On the international school–conference on function theory dedicated to the centenary of the birth of S.B. Stechkin*, Trudy Inst. Mat. Mekh. UrO RAN, **26**:4 (2020), 290–299.

[5] *Subbotin and Chernykh's joint research activities*, Proc. Steklov Inst. Math., **277**, Suppl. 1 (2012), S1–S3. Zbl 1296.01020

[6] *Yurii Nikolaevich Subbotin. On the occasion of his 75th birthday*, Trudy Inst. Mat. Mekh. UrO RAN, **17**:3 (2011), 8–13.

[7] *Nikolai Ivanovich Chernykh. On the occasion of his 75th birthday*, Trudy Inst. Mat. Mekh. UrO RAN, **17**:3 (2011), 14–18.

[8] *Yurii Nikolaevich Subbotin. On the occasion of his 80th birthday*, Trudy Inst. Mat. Mekh. UrO RAN, **22**:4 (2016), 5–8.

[9] *Nikolai Ivanovich Chernykh. On the occasion of his 80th birthday*, Trudy Inst. Mat. Mekh. UrO RAN, **22**:4 (2016), 9–12.

[10] R.R. Akopyan, *Best approximation of differentiation operators on the Sobolev class of functions analytic in a strip*, Sib. Èlektron. Mat. Izv., **18**:2 (2021), 1286–1298. Zbl 7440280

[11] V.N. Belykh, *On the question of good conditionality of unsaturated quadrature formulas*, Sib. Èlektron. Mat. Izv., **18**:2 (2021), 1083–1097. Zbl 7440265

[12] A.E. Lipin, *The problem on the measure of the union of line segments in the plane with restrictions on the set of their ends*, Sib. Èlektron. Mat. Izv., **18**:2 (2021), 1319–1331. Zbl 7440283

[13] N.S. Payuchenko, *Reduction of the Kolmogorov inequality for a non negative part of the second derivative on the real line to the inequality for convex functions on an interval*, Sib. Èlektron. Mat. Izv., **18**:2 (2021), 1625–1638.

[14] E.A. Pleshcheva, *Periodic interpolating-orthogonal bases of MRA and wavelets*, Sib. Èlektron. Mat. Izv., **18**:2 (2021), 1467–1474. Zbl 7440291

Vitalii Vladimirovich Arestov
Ural Federal University,
19, Mira str.,
Yekaterinburg, 620002, Russia
Email address: vitalii.arestov@urfu.ru

Vitalii Ivanovich Berdyshev
N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics,
16, S.Kovalevskaya str.,
Yekaterinburg, 620108, Russia
Email address: bvi@imm.uran.ru

Alexander Grigor'evich Babenko
N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics,
16, S.Kovalevskaya str.,
Yekaterinburg, 620108, Russia
Email address: babenko@imm.uran.ru

Yuriy Stepanovich Volkov
Sobolev Institute of Mathematics,
4, Acad. Koptyug ave.,
Novosibirsk, 630090, Russia
Email address: volkov@math.nsc.ru

Marina Valer'evna Deikalova
Ural Federal University,
19, Mira str.,
Yekaterinburg, 620002, Russia
Email address: marina.deikalova@urfu.ru