

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports

<http://semr.math.nsc.ru>

Том 4, стр. А.22–А.27 (2007)

УДК 519.652.3, 519.017, 517.956.29

MSC 41A15, 65M30, 35P25

О СОТРУДНИЧЕСТВЕ МАТЕМАТИКОВ СИБИРИ И УРАЛА

В. И. БЕРДЫШЕВ, В. В. ВАСИН, А. А. МАХНЕВ, Ю. Н. СУББОТИН

АБСТРАКТ. In the talk the scientific contacts of Ural and Siberian mathematicians are discussed. These contacts had its beginning in the 60-th years of XX century. Now the investigations continue in the frame of the 9 Ural-Siberian joint scientific projects. The main topics of the discussion are algebra, theory of functions and ill-posed problem.

Научные связи между математиками Сибири и Урала возникли одновременно с образованием Института математики СО РАН и Института математики и механики УрО РАН. В настоящем сообщении речь пойдет о сотрудничестве в области алгебры, теории функций и теории некорректных задач.

Алгебра. Ученики С. Н. Черникова — М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков, В. П. Шунков и П. Г. Канторовича — В. М. Бусаркин, А. И. Кокорин, В. Н. Копытов, и ученик А. И. Старостина — Виктор Д. Мазуров — яркие представители алгебраической науки в Сибири.

Особенно следует отметить тесные связи между екатеринбургской школой по теории групп и алгебраической комбинаторике, созданной А. И. Старостиним и возглавляемой теперь членом-корреспондентом РАН А. А. Махневым (ИММ УрО РАН), и новосибирской школой по теории групп и ее приложениям, возглавляемой членом-корреспондентом РАН В. Д. Мазуровым (ИМ СО РАН).

Указанные коллективы регулярно проводят широко известные в нашей стране и за рубежом научные конференции, издают совместные сборники научных трудов, обмениваются результатами исследований. Так, в 2006 г. в Приэльбрусье была совместно проведена международная школа-конференция

BERDYSHEV, V. I., VASIN, V. V., MAKHNEV, A. A., SUBBOTIN, JUR. N., ON THE COLLABORATION OF SIBERIAN AND URAL MATHEMATICIANS.

© 2007 БЕРДЫШЕВ В. И., ВАСИН В. В., МАХНЕВ А. А., СУББОТИН Ю. Н.

Поступила 15 октября 2007 г., опубликована 28 октября 2007 г.

по теории групп; труды этой конференции недавно опубликованы в Трудах Института математики и механики, том 13, № 1, 2007 г. Имеются и совместные публикации членов этих коллективов. На международной конференции “Мальцевские чтения”, проводимой ежегодно ИМ СО РАН, всегда много участников из Екатеринбурга.

С 2005 г. выполняется интеграционный проект “Группы и графы” фундаментальных научных исследований, проводимых в Уральском и Сибирском отделениях РАН. Тематика совместных исследований включает изучение свойств и характеристик ими широких классов конечных неразрешимых групп, исследование проблемы распознавания групп по порядкам их элементов, изучение действий групп на группах и графах, изучение графов и других комбинаторных объектов в терминах их групповой или комбинаторной симметрии. Как в области теории групп, так и в области теории графов усилия коллективов из Екатеринбурга и Новосибирска удачно дополняют друг друга. Коллектив из ИММ УрО РАН более опытен и острее, в то время как коллектив из ИМ СО РАН более молод и амбициозен. Этот сплав опыта и молодости стимулирует решения важных задач.

Сотрудничество между алгебраистами наших институтов распространяется и на защиту диссертаций. В докторском диссертационном алгебраическом совете каждого из институтов имеется представитель другого института.

Теория функций. Активное сотрудничество началось со второй половины 60-х годов прошлого столетия. Значительную роль играли разработки по теории сплайнов. Существенным толчком в этом сыграла поставленная академиком Н. Н. Яненко задача: пусть в целых точках заданы значения y_k , $|\Delta^n y_k| \leq 1$, $k \in Z$, существуют ли функция f с локально абсолютно непрерывной $(n-1)$ производной и число $M < \infty$, что $f(k) = y_k$ ($k \in Z$) и $\text{ess sup} |f^{(n)}(x)| \leq M$ для всех последовательностей $\{y_k\}$, обладающих указанным свойством. С. Б. Стечкин предложил Ю. Н. Субботину найти наименьшее из таких чисел M . При её решении появились сплайны в качестве экстремальных функций. Ю. Н. Субботиным в 1967 году в ИМ СО РАН защищена на эту тему кандидатская диссертация. В дальнейшем данная тематика получила развитие в работах Ю. Н. Субботина и его учеников. С конца 60-х годов начались активные исследования Ю. С. Завьялова с учениками по теории сплайнов: усиление результатов Алберга, Нильсона, Уолша (авторов первой книги по сплайнам “Теория сплайнов и её приложения”, перевод с английского 1967 г.), многомерная аппроксимация, абстрактные сплайны, аппроксимация с дополнительными геометрическими условиями. При этом значительное внимание уделялось вопросам применения сплайнов в авиастроении, турбостроении, швейной промышленности и т.д. В ИММ УрО РАН сплайны также использовались в прикладных задачах, например, в расчете прочности бетонных плит, резино-металлических изделий.

В ВЦ СО РАН возник активно работающий по данной тематике коллектив под руководством В. А. Василенко. Наряду с теоретическими исследованиями абстрактных сплайнов, т.е. функций, реализующих минимум

$$\min\{\|T\delta\|_\gamma^2 : A\delta = z\},$$

где T, A — линейные ограниченные операторы $T : X \rightarrow Y$, $A : X \rightarrow Z$, X, Y, Z — заданные пространства, в этом коллективе разрабатывалось

программное обеспечение для решения задач интерполяции, сглаживания, аппроксимации функций одной и нескольких переменных, фильтрации зашумлённых данных и др. Созданная в 1981 году библиотека программ LIDA использовалась во многих организациях, неоднократно модернизировалась и перерабатывалась для разных языков программирования, была удостоена премии Ленинского Комсомола. LIDA содержала некоторые алгоритмы, созданные в ИММ УрО РАН.

Появились первые в СССР книги по сплайнам, в частности, С. Б. Стечкин, Ю. Н. Субботин “Сплаины в вычислительной математике”, М.: Наука, 1976 г., В. А. Василенко “Теория сплайн-функций”, Новосибирск, 1978 г., Ю. С. Завьялов, В. Л. Мирошниченко, Б. Н. Квасов “Методы сплайн-функций”, Новосибирск, 1983 г.

Начиная с 70-х годов круг исследований по этой теории многократно увеличился: развитие задачи Н. Н. Яненко, С. Б. Стечкина для интерполяции в среднем и линейного дифференциального оператора и связанной с ним обобщенной разности (Ю. Н. Субботин, В. Т. Шевалдин), усиление результатов П. Ж. Лорана по D^m -сплайнам (В. А. Василенко, Ю. С. Завьялов, О. В. Матвеев, А. В. Бежаев, А. И. Роженко), формосохраняющая аппроксимация (В. Л. Мирошниченко, Б. Н. Квасов, Ю. Н. Субботин, В. Т. Шевалдин). В конце 90-х годов решены трудные задачи по проблеме Де Бура (А. Ю. Шадрин, Ю. С. Волков).

Теория некорректных задач. Интересно проследить зарождение и развитие идеи регуляризации линейных некорректных задач в трех центрах: Москве, Новосибирске, Свердловске (Екатеринбурге).

В работе 1943 г. (ДАН АН СССР, 1943, т. 39) А. Н. Тихонов сформулировал лемму о непрерывности обратного отображения для оператора, непрерывного на метрическом компакте, что позволило обосновать устойчивость исходной некорректной задачи при условии, что возмущения исходных данных (правой части) не выводят решения из компакта, и проиллюстрировал возможность использования этого факта при решении геофизической задачи.

Развивая эту идею, М. М. Лаврентьев в 1959 г. опубликовал статью, в которой был предложен общий алгоритм решения линейной некорректной задачи

$$\hat{u} : Au = f$$

с самосопряженным положительно полуопределённым оператором A на основе “регуляризации сдвигом”:

$$u^\alpha : Au + \alpha u = f_\delta$$

при менее ограничительном условии, а именно, лишь точное решение должно принадлежать компакту M ($M = BS_r$, $S_r = \{v : \|v\| \leq r\}$), однако, возмущения могут выводить решения из компакта. Тем самым было снято ограничение в подходе Тихонова, причем, $u^{\alpha(\delta)} \rightarrow \hat{u}$ при $\alpha(\delta) \rightarrow 0$, $\frac{\delta}{\alpha(\delta)} \rightarrow 0$, $\delta \rightarrow 0$.

Желание избавиться от трудно проверяемого условия о принадлежности точного решения компакту привело В. К. Иванова к обобщению понятия решения — квазирешению, т.е. элемента \bar{u} , реализующего

$$\min \|Au - f\|^2 = \|A\bar{u} - f\|^2.$$

Квазирешение удовлетворяет, при некоторых естественных условиях, всем условиям корректности Адамара, что позволяет построить устойчивый метод построения приближенных решений при возмущенных данных (метод квазирешений Иванова).

Наконец, в двух работах 1963 г. (ДАН АН СССР, т. 11, № 3; т. 153, № 1) А. Н. Тихонов формулирует метод регуляризации в виде

$$u^\alpha : \min\{\|Au - f\|^2 + \alpha \Omega(u) : u \in U\},$$

который позволяет избавиться от предположения о принадлежности решения (или квазирешения) компакту, но при условии (более естественном с точки зрения приложений), что известен уровень погрешности $\delta : \|f - f_\delta\| \leq \delta$ (правой части); $u^{\alpha(\delta)} \rightarrow \hat{u}$ при $\alpha(\delta) \rightarrow 0$, $\frac{\delta^2}{\alpha(\delta)} \rightarrow 0$, когда $\delta \rightarrow 0$. А. Н. Тихонов, М. М. Лаврентьев, В. К. Иванов — лауреаты Ленинской премии.

Из этой исторической справки видно плодотворное взаимное влияние идей, развиваемых в трех научных школах.

Математическое программирование. В начале 60-х годов и позже у отдела математического программирования были прочные связи с Институтом математики СО РАН. Были контакты с отделами математической экономики (академик Леонид Витальевич Канторович), алгебры (академик Анатолий Иванович Мальцев, член-корреспондент Михаил Иванович Каргаполов, академик Юрий Леонидович Ершов и др.), отделом теоретической кибернетики (профессор В. Т. Дементьев), лабораторией математического моделирования принятия решений (В. Л. Береснев). Анатолий Иванович Мальцев и Михаил Иванович Каргаполов оказали большое влияние на развитие нашего отдела математического программирования, что определялось неформальным интересом сибиряков к нашей проблематике и подталкиванию их к алгебраической методологии в экономико-математических исследованиях. В последнее время укрепилась связь нашего отдела с отделом В. Л. Береснева по проблеме дискретной оптимизации. На Ученом совете Института математики СО РАН прошли защиты докторских диссертаций наших сотрудников: И. И. Еремин, Вл. Д. Мазуров, А. А. Ватолин, Л. Д. Попов.

Начиная с 2001 года сотрудничество осуществляется в рамках совместных проектов СО РАН и ИММ УрО РАН. В 2007 году выполняются проекты:

- Интеграционный проект “Группы и графы”, выполняемый совместно с СО и ДВО РАН. Координатор — чл.-корр. РАН Махнев А. А. Соисполнители: Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, чл.-корр. РАН Виктор Д. Мазуров;
- Интеграционный проект “Дифференциально-геометрические и компьютерные методы классификации трехмерных многообразий”, выполняемый совместно с СО и ДВО РАН. Координатор — чл.-корр. РАН С. В. Матвеев. Соисполнители: Институт математики СО РАН, чл.-корр. РАН, И. А. Тайманов;

- Интеграционный проект “Разработка и применение новых численно-аналитических методов в задачах механики”, выполняемый совместно с СО и ДВО РАН. Научный руководитель — д.ф.-м.н. Короткий А.И. Соисполнители: Институт автоматки и процессов управления ДВО РАН, чл.-корр. РАН М.А.Гузев; Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, чл.-корр. РАН В.М.Тешуков;
- Интеграционный проект “Разработка и анализ алгоритмов оптимизации для решения дискретных задач принятия наилучших решений”, выполняемый совместно с СО и ДВО РАН. Научный руководитель — академик РАН И.И.Еремин. Соисполнители: Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН и его Омский филиал, д.ф.-м.н. В.Л.Береснев;
- Интеграционный проект “Разработка теории и вычислительной технологии решения обратных и экстремальных задач с приложением математической физики и гравии-магниторазведки”, выполняемый совместно с СО и ДВО РАН. Руководитель — чл.-корр. РАН В.В.Васин. Соисполнители: Институт математики СО РАН и Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, руководитель чл.-корр. РАН В.Г.Романов; Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток, руководитель чл.-корр. РАН В.Н.Дубинин;
- Интеграционный проект “Сплайновые, всплесковые и фрактальные методы аппроксимации и сжатия информации и их применение в гидротурбостроении и видеокомпрессии”, выполняемый совместно с СО и ДВО РАН. Руководитель — д.ф.-м.н. В.Т.Шевалдин. Соисполнители: Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН, к.ф.-м.н. Ю.С.Волков Ю.С.; Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН;
- Интеграционный проект “Разработка теоретических и численных методов и пакетов программ для построения множеств достижимости динамических систем”, выполняемый совместно с СО и ДВО РАН. Руководители — чл.-корр. РАН В.Н.Ушаков, д.ф.-м.н. М.И.Гусев. Соисполнители: Институт динамики систем и теории управления СО РАН, чл.-корр. РАН А.А.Толстоногов, А.Ю.Горнов;
- Интеграционный проект “Нелинейные динамические системы: прямые и обратные задачи”, выполняемый совместно с СО и ДВО РАН. Руководитель — академик РАН Ю.С.Осипов. Соисполнители: Институт математики и механики УрО РАН, д.ф.-м.н. В.И.Максимов; Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН, академик РАН М.М.Лаврентьев; Институт автоматки и электротметрии СО РАН, д.ф.-м.н. О.Е.Трофимов;

- Интеграционный проект “Исследование фундаментальных проблем создания интеллектуальных подводных роботов для изучения и освоения минеральных, биологических и энергетических ресурсов океана”, выполняемый совместно с СО и ДВО РАН. Руководитель — чл.-корр. РАН В. И. Бердышев. Соисполнители: Институт математики и механики УрО РАН, к.ф.-м.н. В.Б.Костоусов; Институт проблем морских технологий (ИПМТ) ДВО РАН, д.т.н. Л. В. Киселев; Институт автоматизации и процессов управления (ИАПУ) ДВО РАН, академик РАН В. А. Левин; Институт динамики систем и теории управления (ИДСТУ) СО РАН, академик РАН С. Н. Васильев.

В качестве примера плодотворного сотрудничества можно привести работу по совместному проекту, руководимому Ю. С. Волковым и В. Т. Шевалдиным. За 6 лет опубликовано по 50 статей с каждой стороны, проведено несколько совместных семинаров, участники проекта неоднократно выступали в качестве рецензентов и оппонентов диссертационных работ.

Виталий Иванович Бердышев
Институт математики и механики УрО РАН,
ул. С.Ковалевской 16,
620219, Екатеринбург, ГСП-384, Россия
E-mail address: bvi@imm.uran.ru

Владимир Васильевич Васин
Институт математики и механики УрО РАН,
ул. С.Ковалевской 16,
620219, Екатеринбург, ГСП-384, Россия
E-mail address: vasin@imm.uran.ru

Александр Алексеевич Махнев
Институт математики и механики УрО РАН,
ул. С.Ковалевской 16,
620219, Екатеринбург, ГСП-384, Россия
E-mail address: makhnev@imm.uran.ru

Юрий Николаевич Субботин
Институт математики и механики УрО РАН,
ул. С.Ковалевской 16,
620219, Екатеринбург, ГСП-384, Россия
E-mail address: yunsub@imm.uran.ru@imm.uran.ru