

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ  
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports

<http://semr.math.nsc.ru>

Том 4, стр. 553–595 (2007)

УДК 533, 517.958  
MSC 35L60, 58J70, 76N15ТЕОРЕТИКО–ГРУППОВЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ  
ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ,  
ПОРОЖДЕННЫЕ ТРЕХМЕРНЫМИ ПОДАЛГЕБРАМИ

А. А. ЧЕРЕВКО

ABSTRACT. We study group-theoretical solutions to the dynamic equations of polytropic gas. We give a complete list of invariant and partially invariant solutions generated by 3-dimensional subalgebras of symmetry Lie algebra  $L_{13}$ . There are 146 different invariant solutions, 61 partially invariant solutions, and 12 types of barochronic solutions in this list. This result is applicable in gas dynamics, aerodynamics, and physics of atmosphere.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Уравнения динамики идеального политропного газа имеют следующий вид [1]:

$$(1) \quad \begin{aligned} \rho D\mathbf{u} + \nabla p &= 0, \\ D\rho + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0, \\ Dp + \gamma p \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0, \end{aligned}$$

где  $D = \partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla$  — полная производная; вектор скорости  $\mathbf{u} = (u, v, w)$ , плотность  $\rho$  и давление  $p$  являются функциями времени  $t$  и декартовых координат  $\mathbf{x} = (x, y, z)$ . Уравнение состояния политропного газа имеет вид  $p = S\rho^\gamma$ , где  $S$  — энтропия, сохраняющаяся в частице ( $DS = 0$ ), а  $\gamma$  — показатель адиабаты.

CHEREVKO, A.A., GROUP–THEORETICAL SOLUTIONS TO GAS DYNAMIC EQUATIONS GENERATED BY THREEDIMENSIONAL LIE SUBALGEBRAS.

© 2007 Черевко А.А.

Работа поддержана грантом РФФИ № 05-01-00080, интеграционным проектом СО РАН № 2.15. и грантом Ведущие научные школы НИИ № 5245.2006.1.

Поступила 26 ноября 2007 г., опубликована 25 декабря 2007 г.

Система уравнений (1) допускает алгебру Ли симметрии  $L_{13}$  [2] со следующим базисом операторов.

$$\begin{aligned} X_1 &= \partial_x, & X_2 &= \partial_y, & X_3 &= \partial_z, \\ X_4 &= t\partial_x + \partial_u, & X_5 &= t\partial_y + \partial_v, & X_6 &= t\partial_z + \partial_w, \\ X_7 &= y\partial_z - z\partial_y + v\partial_w - w\partial_v, \\ X_8 &= z\partial_x - x\partial_z + w\partial_u - u\partial_w, \\ X_9 &= x\partial_y - y\partial_x + u\partial_v - v\partial_u, \\ X_{10} &= \partial_t, \\ X_{11} &= t\partial_t + x\partial_x + y\partial_y + z\partial_z, \\ X_{13} &= t\partial_t - u\partial_u - v\partial_v - w\partial_w - 3\rho\partial_\rho - 5p\partial_p, \\ X_{14} &= \rho\partial_\rho + p\partial_p. \end{aligned}$$

Знание алгебры симметрии позволяет строить большое число новых точных решений уравнений (1) [2]. Для описания существенно различных решений, не сводящихся друг к другу преобразованиями порожденными  $L_{13}$ , построена оптимальная система подалгебр  $\Theta L_{13}$  [3]. Она насчитывает 1324 элемента, являющихся подалгебрами алгебры  $L_{13}$  всех размерностей. Каждая такая подалгебра является источником точных решений уравнений (1): инвариантных, частично инвариантных или дифференциально инвариантных. В совокупности оптимальная система позволяет построить все такие решения.

Большой интерес представляют решения системы (1) построенные по трехмерным подалгебрам из  $\Theta L_{13}$ . Это объясняется тем, что инвариантные подмодели, построенные по трехмерным подалгебрам, описываются системами обыкновенных дифференциальных уравнений. Частично инвариантные решения, порожденные трехмерным подалгебрам, также часто допускают эффективное описание.

## 2. ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ

Построение точных решений с использованием оптимальной системы подалгебр происходит в несколько шагов.

- (1) Выбор подалгебры из оптимальной системы.
- (2) Вычисление инвариантов подалгебры, классификация подмодели (инвариантная или частично-инвариантная.)
- (3) Построение факторуравнений.
- (4) Анализ решения: особенности, постановка начально-краевых задач, исследование движения газа.

В данной работе проведены первые два шага исследования для каждой из 207 трехмерных подалгебр оптимальной системы  $\Theta L_{13}$ . Кратко основной результат можно сформулировать в виде следующего утверждения.

**Теорема 1.** *Трехмерные подалгебры из оптимальной системы  $\Theta L_{13}$  порождают точные решения уравнений газовой динамики следующих типов:*

- 146 инвариантных решений, из них 62 содержат оператор вращения,
- 61 частично инвариантное решение, из них 14 содержат оператор вращения,
- 12 разновидностей барохронных решений для которых  $p = p(t)$ .

Подалгебры содержащие оператор вращения выделены в силу того, что они как правило порождают трехмерные физически содержательные решения

уравнений газовой динамики, описывающие пространственные вихревые структуры. Барохронные подмодели выделены поскольку они допускают полное аналитическое описание и имеют нетривиальные физические свойства, такие как коллапс плотности и звуковой коллапс [4].

### 3. СТРУКТУРА СПИСКА ПОДАЛГЕБР

Результат работы представлен в виде списка. Каждый элемент списка относится к одной подалгебре и содержит следующие пункты.

*Подалгебра №* — номер подалгебры среди трехмерных в оптимальной системе [3]. Иными словами подалгебра с номером  $N$  из нижеприведенного списка совпадает с подалгеброй с номером  $3.N$  из оптимальной системы.

*Базис подалгебры* — содержит базисные операторы подалгебры. Для простоты вместо операторов приведены их номера. Например запись  $a1 + 3, 5, 6$  следует читать как  $aX_1 + X_3, X_5, X_6$ .

*Условия на параметры* — пункт предназначен для записи условий на входящие в подалгебру параметры. Эти условия обеспечивают замкнутость подалгебры относительно коммутации и взяты из оптимальной системы [3]. Если никаких ограничений на параметры нет, то этот пункт отсутствует.

*Инварианты* — включает в себя полную систему функционально независимых инвариантов подалгебры. Инварианты записаны в одной из приведенных ниже систем координат.

*Выражение зависимых переменных через инварианты* — пункт различен для подалгебр порождающих инвариантные и частично инвариантные решения. Если все зависимые переменные можно выразить через инварианты, то по такой подалгебре возможно построение инвариантного решения. В этом случае приводятся выражения для зависимых переменных через инварианты. Инварианты берутся из предыдущего пункта и нумеруются по порядку. Таким образом если имеется набор инвариантов  $x, u, v, w - t, p, \rho$ , то здесь будет запись  $u = i_2, v = i_3, w = i_4 + t, p = i_5, \rho = i_6$ , где  $i_k$  обозначает  $k$ -ое выражение из набора инвариантов. В случае если выражение всех зависимых переменных через инварианты невозможно, то соответствующая подалгебра порождает только частично инвариантное решение. В этом случае здесь ставится обозначение **ЧИР**.

*Система координат* — используется для обозначения системы координат, в которой происходит вся работа с данной подалгеброй.

Подалгебры с номерами 10, 73, 75 имеют очень громоздкие инварианты, и поэтому приведены отдельно перед списком остальных подалгебр.

### 4. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Всего использовалось 4 системы координат.

**D:** стандартная *декартова*: пространственные координаты  $x, y, z$ , время  $t$ , скорости  $u, v, w$ , плотность  $\rho$ , давление  $p$ .

**С:** цилиндрическая с осью  $x$ :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{z^2 + y^2}, \\ \phi &= \arctan(z/y), \\ R &= \sqrt{v^2 + w^2}, \\ \Phi &= \arctan(w/v); \end{aligned}$$

остальные переменные как в декартовой системе координат. Уравнения (1) принимают следующий вид.

$$\begin{aligned} \rho \mathcal{L}(u) + r p_x &= 0, \\ \rho \mathcal{L}(R) - \mathcal{D}_c(p) &= 0, \\ \rho R \mathcal{L}(\Phi) + \mathcal{D}_s(p) &= 0, \\ \mathcal{L}(\rho) + \rho(r u_x - \mathcal{D}_c(R) + R \mathcal{D}_s(\Phi)) &= 0, \\ \mathcal{L}(p/\rho^\gamma) &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_c &= \sin(\varphi - \Phi) \partial_\varphi - r \cos(\varphi - \Phi) \partial_r \\ \mathcal{D}_s &= \cos(\varphi - \Phi) \partial_\varphi + r \sin(\varphi - \Phi) \partial_r \\ \mathcal{N} &= \partial_t + u \partial_x \\ \mathcal{L} &= r \mathcal{N} - R \mathcal{D}_c. \end{aligned}$$

**С<sub>56</sub>:** специальная:

$$\begin{aligned} q &= \sqrt{z^2 + y^2}, \\ \phi &= \arctan(z/y), \\ Q &= \sqrt{(v - y/t)^2 + (w - z/t)^2}, \\ \Phi &= \arctan \frac{w - z/t}{v - y/t}; \end{aligned}$$

остальные переменные как в декартовой системе координат. Уравнения (1) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho \mathcal{L}(u) + tq p_x &= 0, \\ \rho \mathcal{L}(Q) - t \mathcal{D}_c(p) &= -qQ\rho, \\ Q\rho \mathcal{L}(\Phi) + t \mathcal{D}_s(p) &= 0, \\ \mathcal{L}(\rho) + t\rho(q u_x - \mathcal{D}_c(Q) + Q \mathcal{D}_s(\Phi)) &= -2q\rho, \\ \mathcal{L}(p/\rho^\gamma) &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_c &= \sin(\varphi - \Phi) \partial_\varphi - q \cos(\varphi - \Phi) \partial_q, \\ \mathcal{D}_s &= \cos(\varphi - \Phi) \partial_\varphi + q \sin(\varphi - \Phi) \partial_q, \\ \mathcal{N} &= \partial_t + u \partial_x, \\ \mathcal{L} &= t(q \mathcal{N} - Q \mathcal{D}_c) + q^2 \partial_q. \end{aligned}$$

**Е:** специальная:

$$\begin{aligned} v &= \frac{ty + z}{1 + t^2} + V \cos \theta, \\ w &= \frac{tz - y}{1 + t^2} + V \sin \theta; \end{aligned}$$

остальные переменные как в декартовой системе координат. Уравнения (1) принимают следующий вид.

$$\begin{aligned} \rho \mathcal{L}(u) + (t^2 + 1) p_x &= 0, \\ \rho \mathcal{L}(V) - (t^2 + 1) \mathcal{D}_c(p) &= -tV\rho, \\ V\rho \mathcal{L}(\theta) + (t^2 + 1) \mathcal{D}_s(p) &= V\rho, \\ \mathcal{L}(\rho) + (t^2 + 1) \rho(u_x - \mathcal{D}_c(V) + V \mathcal{D}_s(\theta)) &= -2t\rho, \\ \mathcal{L}(p/\rho^\gamma) &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_c &= -\cos \theta \partial_y - \sin \theta \partial_z, \\ \mathcal{D}_s &= -\sin \theta \partial_y + \cos \theta \partial_z, \\ \mathcal{D}_N &= (ty + z) \partial_y + (tz - y) \partial_z - (t^2 + 1) V \mathcal{D}_c, \\ \mathcal{N} &= (t^2 + 1) (\partial_t + u \partial_x), \\ \mathcal{L} &= \mathcal{N} + \mathcal{D}_N. \end{aligned}$$

Далее идет описанный выше список подалгебр с инвариантами.

### 5. СПИСОК ПОДАЛГЕБР

**Подалгебра № 10:**  $-d2 + b3 + 4, d1 + c2 - a3 + 5, -b1 + a2 + s3 + 6$

Условия на параметры:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + d^2 + (s + c)^2 &= 1 \\ (c^2 + s^2) (a^2 + b^2 + c^2) &\neq 0 \\ a^2 + d^2 + s^2 &\neq 0 \\ b^2 + d^2 + (c - s)^2 &\neq 0. \end{aligned}$$

Система координат декартова.

Инварианты:

$$\begin{aligned} &t, \\ &\frac{uta^2 - xa^2 - yba - zda + ut^3 + ut^2c + ut^2s - t^2x + utd^2 + tyd - xtc + utsc - xts + ub^2t - zbt - xsc + ub^2c - zbc + yds + usd^2}{t^3 + t^2s + t^2c + td^2 + tsc + b^2t + ta^2 + sd^2 + b^2c}, \\ &\frac{vta^2 + zat - xba + vt^3 - t^2y + vt^2s + vt^2c + vtd^2 + vb^2t + vtsc - tdx - yts - zbd - xds - yb^2 + vb^2c + vsd^2}{t^3 + t^2s + t^2c + td^2 + tsc + b^2t + ta^2 + sd^2 + b^2c}, \\ &\frac{wta^2 - yat - xda + wt^3 - zt^2 + wt^2c + wt^2s + wtsc + wb^2t + tbx + wtd^2 - ztc - ydb + xcb - zd^2 + wsd^2 + wb^2c}{t^3 + t^2s + t^2c + td^2 + tsc + b^2t + ta^2 + sd^2 + b^2c}, \\ &p, \\ &\rho. \end{aligned}$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{t^2x + zda + i_2t^2s + i_2t^2c + i_2td^2 + i_2b^2t + i_2ta^2 + i_2sd^2 + i_2tsc + zbt + i_2t^3 + i_2b^2c + zbc + yba + xa^2 - yds - tyd + xtc + xts + xsc}{t^3 + t^2s + t^2c + td^2 + tsc + b^2t + ta^2 + sd^2 + b^2c},$$

$$v = \frac{i_3t^3 + i_3t^2s + i_3t^2c + i_3td^2 + i_3b^2t + i_3ta^2 + i_3sd^2 + i_3b^2c + i_3tsc + xds + t^2y + yb^2 - zat + xba + tdx + yts + zbd}{t^3 + t^2s + t^2c + td^2 + tsc + b^2t + ta^2 + sd^2 + b^2c},$$

$$w = \frac{i_4t^2s + i_4t^2c + i_4td^2 + i_4b^2t + i_4tsc + i_4t^3 + i_4ta^2 + i_4sd^2 + i_4b^2c + yat - xcb + xda + zt^2 + zd^2 + ydb - tbx + ztc}{t^3 + t^2s + t^2c + td^2 + tsc + b^2t + ta^2 + sd^2 + b^2c},$$

$$p = i_5,$$

$$\rho = i_6.$$

**Подалгебра № 73:**  $a1 + c3 + 5, b1 + d2 + 6, 11 - 13 + s14$

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 + (c + d)^2 = 1.$$

Система координат декартова.

Инварианты:

$$t,$$

$$\frac{u}{azd + xt^2 - tay + cby - bzt - xcd},$$

$$\frac{vt^2 - ty - dvc + dz}{(-cd + t^2)(azd + xt^2 - tay + cby - bzt - xcd)},$$

$$\frac{wt^2 - zt - cdw + cy}{(-cd + t^2)(azd + xt^2 - tay + cby - bzt - xcd)},$$

$$p (azd + xt^2 - tay + cby - bzt - xcd)^{-s},$$

$$(azd + xt^2 - tay + cby - bzt - xcd)^{-s+2} \rho$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = -i_2xcd + i_2cby + i_2azd + i_2xt^2 - i_2tay - i_2bzt,$$

$$v = \frac{-i_3c^2d^2x + i_3c^2dby + i_3cd^2az + 2i_3cdxt^2 - i_3cdtay - i_3cdbzt - i_3t^2cby - i_3t^2azd - i_3t^4x + i_3t^3ay + i_3t^3bz - ty + dz}{cd - t^2},$$

$$w = \frac{-i_4c^2d^2x + i_4c^2dby + i_4cd^2az + 2i_4cdxt^2 - i_4cdtay - i_4cdbzt - i_4t^2cby - i_4t^2azd - i_4t^4x + i_4t^3ay + i_4t^3bz - zt + cy}{cd - t^2},$$

$$p = i_5 (azd + xt^2 - tay + cby - bzt - xcd)^s,$$

$$\rho = i_6 (azd + xt^2 - tay + cby - bzt - xcd)^{s-2}.$$

**Подалгебра № 75:**  $a1 + c3 + 5, b1 + d2 + 6, s1 + g2 + k3 + 4 + 14$

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 + (c + d)^2 = 1.$$

Система координат декартова.

Инварианты:

$$t,$$

$$\frac{-uatg + tay - azd + ukad + ut^3 + ut^2s - xt^2 - ucdt - ubkt + bzt + ubcg + xcd - cby - uscd}{-bkt + bcg - atg - cdt - scd + kad + t^3 + t^2s},$$

$$\frac{vt^3 + vt^2s - yt^2 - vcdt + zdt - vbkt - vatg + xtg - yts - vscd + vkad + zsd - xkd + vbcg + ybk - zgb}{-bkt + bcg - atg - cdt - scd + kad + t^3 + t^2s},$$

$$\frac{wt^3 - zt^2 + wt^2s - wcdt + yct - wbkt - watg - zts + xtk + wbcg - wscd - xcg + ycs + zag - yak + wkad}{-bkt + bcg - atg - cdt - scd + kad + t^3 + t^2s},$$

$$pe^{-\frac{xcd - cby - azd - xt^2 + tay + bzt}{-bkt + bcg - atg - cdt - scd + kad + t^3 + t^2s}},$$

$$\rho e^{-\frac{xcd - cby - azd - xt^2 + tay + bzt}{-bkt + bcg - atg - cdt - scd + kad + t^3 + t^2s}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2bkt - i_2bcg + i_2atg + i_2cdt + i_2scd - i_2kad - i_2t^3 - i_2t^2s + tay - azd - xt^2 + bzt + xcd - cby}{bkt - bcg + atg + cdt + scd - kad - t^3 - t^2s},$$

$$v = \frac{i_3bkt - i_3bcg + i_3atg + i_3cdt + i_3scd - i_3kad - i_3t^3 - i_3t^2s - yt^2 + zdt + xtg - yts + zsd - xkd + ybk - zgb}{bkt - bcg + atg + cdt + scd - kad - t^3 - t^2s},$$

$$w = \frac{i_4bkt - i_4bcg + i_4atg + i_4cdt + i_4scd - i_4kad - i_4t^3 - i_4t^2s - zt^2 + yct - zts + xtk - xcg + ycs + zag - yak}{bkt - bcg + atg + cdt + scd - kad - t^3 - t^2s},$$

$$p = i_5 e^{\frac{xcd - cby - azd - xt^2 + tay + bzt}{bkt - bcg + atg + cdt + scd - kad - t^3 - t^2s}},$$

$$\rho = i_6 e^{\frac{xcd - cby - azd - xt^2 + tay + bzt}{bkt - bcg + atg + cdt + scd - kad - t^3 - t^2s}}.$$

**Подалгебра № 1:** 7, 8, 9;

Подалгебра порождает частично инвариантное решение ранга 2, называемое вихрем Овсянникова [5, 6].

**Подалгебра № 2:** 5, 6, 7.

*Инварианты:*

$Q, t, x, u, p, \rho;$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР;**

*Система координат:*  $C_{56}$ .

**Подалгебра № 3:** 2, 3, 4 + 7.

*Инварианты:*

$t, \frac{ut-x}{t}, R, \frac{\Phi t-x}{t}, p, \rho.$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$u = \frac{i_2t+x}{t}, \Phi = \frac{i_4t+x}{t}, R = i_3, p = i_5, \rho = i_6.$

*Система координат:*  $C.$

**Подалгебра № 4:** 3, 6, 4 + 10.

*Инварианты:*

$x - (1/2)t^2, y, u - t, v, p, \rho.$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:*  $D.$

**Подалгебра № 5:** 1, 4, 10.

*Инварианты:*

$y, z, v, w, p, \rho.$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:*  $D.$

**Подалгебра № 6:** 2, 3, 4 + a6 + 10.*Условия на параметры:*

$$a \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$x - (1/2)t^2, u - t, v, w - at, p, \rho.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + t, v = i_3, w = i_4 + at, p = i_5, \rho = i_6.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 7:** 2, 3, 4 + 10.*Инварианты:*

$$x - (1/2)t^2, u - t, v, w, p, \rho.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + t, v = i_3, w = i_4, p = i_5, \rho = i_6.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 8:** 2, 3, 6 + 10.*Инварианты:*

$$x, u, v, w - t, p, \rho.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2, v = i_3, w = i_4 + t, p = i_5, \rho = i_6.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 9:** 2, 3, 10.*Инварианты:*

$$x, u, v, w, p, \rho.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2, v = i_3, w = i_4, p = i_5, \rho = i_6.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 10:**  $-d2 + b3 + 4, \quad d1 + c2 - a3 + 5,$ 

$$-b1 + a2 + s3 + 6.$$

*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 + d^2 + (s + c)^2 = 1, \quad (c^2 + s^2)(a^2 + b^2 + c^2) \neq 0,$$

$$a^2 + d^2 + s^2 \neq 0, b^2 + d^2 + (c - s)^2 \neq 0.$$

*Инварианты:*

смотри перед таблицей.

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

смотри перед таблицей.

*Система координат:* D.**Подалгебра № 11:**  $a1 + 4, b3 + 5, -b2 + 6.$ *Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$t, \frac{ua+ut-x}{a+t}, \frac{vt^2-ty+vb^2-zb}{t^2+b^2}, \frac{wt^2-zt+wb^2+by}{t^2+b^2}, p, \rho.$$



Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 a + i_2 t + x}{a + t}, v = \frac{i_3 t^2 + i_3 b^2 + t y + z b}{t^2 + b^2}, w = \frac{i_4 t^2 + i_4 b^2 + z t - b y}{t^2 + b^2}, p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 12:** 4, 5, 6.

Инварианты:

$$t, \frac{u t - x}{t}, \frac{v t - y}{t}, \frac{w t - z}{t}, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 t + x}{t}, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 t + z}{t}, p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 13:**  $a_1 + 3, b_1 + 5, c_1 + d_2 + 6$ .

Условия на параметры:

$$b^2 + c^2 + d^2 = 1.$$

Инварианты:

$$t, u, \frac{v a t^2 - y a t + z d a - v t c - x d + v d b + y c}{a t^2 - t c + d b}, \frac{w a t^2 - z a t - w t c + t x + w d b - b y}{a t^2 - t c + d b}, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = \frac{-i_3 a t^2 + i_3 t c - i_3 b d - y a t + z d a - x d + y c}{-a t^2 + t c - d b}, w = \frac{-i_4 a t^2 + i_4 t c - i_4 b d - z a t + t x - b y}{-a t^2 + t c - d b},$$

$$p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 14:**  $a_1 + 3, 5, 6$ .

Инварианты:

$$t, u, \frac{v t - y}{t}, \frac{w a t + x - z a}{a t}, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 a t - x + z a}{a t}, p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 15:** 1, 3 + 5,  $a_2 + 6$ .

Условия на параметры:

$$a + 1 \neq 0.$$

Инварианты:

$$t, u, \frac{v a - z a - v t^2 + t y}{-t^2 + a}, \frac{w a - y - w t^2 + z t}{-t^2 + a}, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = \frac{-i_3 t^2 + i_3 a + z a - t y}{-t^2 + a}, w = \frac{-i_4 t^2 + i_4 a + y - z t}{-t^2 + a}, p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 16:** 1, 3 + 5, 2 - 6.

Инварианты:

$$t, u, \frac{v t^2 - t y - z + v}{t^2 + 1}, \frac{w t^2 - z t + y + w}{t^2 + 1}, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = \frac{i_3 t^2 + i_3 + t y + z}{t^2 + 1}, w = \frac{i_4 t^2 + i_4 + z t - y}{t^2 + 1}, p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 17:** 1, 5, 6.

Инварианты:

$$t, u, \frac{v t - y}{t}, \frac{w t - z}{t}, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 t + z}{t}, p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 18:**  $a_1 + 3, 2, 4$ .

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$t, \frac{ut - x + za}{t}, v, w, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 t + x - za}{t}, v = i_3, w = i_4, p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 19:**  $2, 3, 4$ .

Инварианты:

$$t, \frac{ut - x}{t}, v, w, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 t + x}{t}, v = i_3, w = i_4, p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 20:**  $1, 2, 3 + 4$ .

Инварианты:

$$t, u - z, v, w, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 + z, v = i_3, w = i_4, p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 21:**  $1, 2, 4$ .

Инварианты:

$$t, z, v, w, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 22:**  $1, 2, 3$ .

Инварианты:

$$t, u, v, w, p, \rho.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = i_3, w = i_4, p = i_5, \rho = i_6.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 23:**  $10, 7 + a_{11} + b_{14}, c_{11} + 13$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + c^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{r}{x}, ux^{c-1} e^{-\frac{a\phi}{c}}, Rx^{c-1} e^{-\frac{a\phi}{c}}, \Phi - \phi, pe^{-\phi b}, \rho x^{-2c-1} e^{\frac{(2a-cb)\phi}{c}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 x^{-c-1} e^{\frac{a\phi}{c}}, \quad \Phi = i_4 + \phi, \quad R = i_3 x^{-c-1} e^{\frac{a\phi}{c}}, \quad p = i_5 e^{\phi b},$$

$$\rho = i_6 x^{2c-1} e^{\frac{(-2a+cb)\phi}{c}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 24:** 10, 11, 13.

Инварианты:

$$\frac{y}{x}, \frac{z}{x}, \frac{v}{u}, \frac{w}{u}, p, \rho u^2.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 25:** 2, 3, 1 + 13 + a14.

Инварианты:

$$x - \ln(t), ut, vt, wt, pt^{-a}, \rho t^{-2-a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2}{t}, v = \frac{i_3}{t}, w = \frac{i_4}{t}, p = i_5 t^a, \rho = i_6 t^{2+a}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 26:** a4 + 7, b4 + 11, c4 + 14.

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1.$$

Инварианты:

$$\frac{r}{t}, \frac{ut-x}{t}, R, \Phi - \phi, \rho e^{-\frac{x+a\phi t}{ct}} t^{\frac{b}{c}}, \rho e^{-\frac{x+a\phi t}{ct}} t^{\frac{b}{c}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 t + x}{t}, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3, p = i_5 e^{\frac{x-a\phi t}{ct}} t^{-\frac{b}{c}}, \rho = i_6 e^{\frac{x-a\phi t}{ct}} t^{-\frac{b}{c}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 27:** 7, 11, 14.

Инварианты:

$$\Phi - \phi, R, \frac{x}{r}, \frac{t}{r}, u, \frac{\rho}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: С.

**Подалгебра № 28:** 1, a4 + 7 + b11, c4 + d11 + 14.

Условия на параметры:

$$a^2 + c^2 = 1, b^2 + d^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{r}{t}, \frac{ud - \ln(t)c - \phi ad + \phi cb}{d}, R, \Phi - \phi, \rho t^{-d-1} e^{\frac{\phi b}{d}}, \rho t^{-d-1} e^{\frac{\phi b}{d}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 d + \ln(t)c + \phi ad - \phi cb}{d}, \quad \Phi = i_4 + \phi, \quad R = i_3, \quad p = i_5 t^{d-1} e^{-\frac{\phi b}{d}},$$

$$\rho = i_6 t^{d-1} e^{-\frac{\phi b}{d}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 29:** 1, 7 + a11, b11 + 14.

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{r}{t}, u, R, \Phi - \phi, pt^{-b-1} e^{\frac{a\phi}{b}}, \rho t^{-b-1} e^{\frac{a\phi}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3, p = i_5 t^{b-1} e^{-\frac{a\phi}{b}}, \rho = i_6 t^{b-1} e^{-\frac{a\phi}{b}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 30:**  $a1 + 7, 4 + 10, b1 + 14$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 = 1.$$

Инварианты:

$$r, u - t, R, \Phi - \phi, pe^{-(1/2)\frac{2x-t^2-2a\phi}{b}}, \rho e^{-(1/2)\frac{2x-t^2-2a\phi}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 + t, \quad \Phi = i_4 + \phi, \quad R = i_3, \quad p = i_5 e^{-1/2 \frac{-2x+t^2+2a\phi}{b}}, \\ \rho = i_6 e^{-1/2 \frac{-2x+t^2+2a\phi}{b}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 31:**  $7, 4 + 10, 14$ .

Инварианты:

$$x - (1/2)t^2, R, \phi - \Phi, r, u - t, \frac{\rho}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: С.

**Подалгебра № 32:**  $1, a4 + 7, b4 + 14$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 = 1.$$

Инварианты:

$$t, r, R, \Phi - \phi, pe^{\frac{-u+a\phi}{b}}, \rho e^{\frac{-u+a\phi}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: С.

**Подалгебра № 33:**  $1, 7, 14$ .

Инварианты:

$$t, r, u, R, \Phi - \phi, \frac{\rho}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: С.

**Подалгебра № 34:**  $1, a4 + 7 + b10, c4 + d10 + 14$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + c^2 = 1, b^2 + d^2 = 1.$$

Инварианты:

$$r, \frac{ud-ct-\phi ad+\phi cb}{d}, R, \Phi - \phi, pe^{\frac{\phi b-t}{d}}, \rho e^{\frac{\phi b-t}{d}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 d + ct + \phi ad - \phi cb}{d}, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3, p = i_5 e^{-\frac{\phi b + t}{d}}, \rho = i_6 e^{-\frac{\phi b + t}{d}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 35:** 1, 7 + a10, b10 + 14.

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 = 1.$$

Инварианты:

$$r, u, R, \Phi - \phi, p e^{-\frac{t + a\phi}{b}}, \rho e^{-\frac{t + a\phi}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3, p = i_5 e^{\frac{t - a\phi}{b}}, \rho = i_6 e^{\frac{t - a\phi}{b}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 36:** 10, 11, 7 + a13 + b14.

Инварианты:

$$\frac{r}{x}, u e^{a\phi}, R e^{a\phi}, \Phi - \phi, p e^{-\phi b}, \rho e^{(-2a-b)\phi}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 e^{-a\phi}, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3 e^{-a\phi}, p = i_5 e^{\phi b}, \rho = i_6 e^{(2a+b)\phi}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 37:** 10, 11, a13 + 14.

Инварианты:

$$\frac{y}{x}, \frac{z}{x}, \frac{v}{u}, \frac{w}{u}, p u^{a-1}, \rho u^{\frac{1+2a}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 38:** 4, 11, 7 + a13 + b14.

Инварианты:

$$\frac{a\phi - \ln(t) + \ln(r)}{a}, \frac{ut - x}{r}, \frac{Rt}{r}, \frac{\Phi a - \ln(t) + \ln(r)}{a}, p t^{-\frac{b}{a}} r^{\frac{b}{a}}, \rho t^{-\frac{2a-b}{a}} r^{\frac{2a+b}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 r + x}{t}, \Phi = \frac{i_4 a + \ln(t) - \ln(r)}{a}, R = \frac{i_3 r}{t}, p = i_5 t^{\frac{b}{a}} r^{-\frac{b}{a}}, \rho = i_6 t^{\frac{2a+b}{a}} r^{-\frac{2a-b}{a}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 39:** 4, 11, 13 + a14.

Инварианты:

$$\frac{z}{y}, \frac{ut - x}{y}, \frac{vt}{y}, \frac{wt}{y}, p t^{-a} y^a, \rho t^{-2-a} y^{2+a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 y + x}{t}, v = \frac{i_3 y}{t}, w = \frac{i_4 y}{t}, p = i_5 t^a y^{-a}, \rho = i_6 t^{2+a} y^{-2-a}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 40:** 4, 11, 14.

Инварианты:

$$\frac{ut - x}{t}, \frac{y}{t}, \frac{z}{t}, v, w, \frac{\rho}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 41:** 4, 11, 5 + 14.*Инварианты:*

$$\frac{z}{t}, \frac{ut-x}{t}, \frac{vt-y}{t}, w, pe^{-\frac{y}{t}}, \rho e^{-\frac{y}{t}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 t + x}{t}, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = i_4, p = i_5 e^{\frac{y}{t}}, \rho = i_6 e^{\frac{y}{t}}.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 42:** 4, 5 + 11, a5 + b6 + 14.*Инварианты:*

$$\frac{az-by+b\ln(t)t}{at}, \frac{ut-x}{t}, \frac{vt-y}{t}, \frac{wat-by+b\ln(t)t}{at}, pe^{-\frac{y}{at}} t^{a-1}, \rho e^{-\frac{y}{at}} t^{a-1}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 t + x}{t}, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 at + by - b\ln(t)t}{at}, p = i_5 e^{\frac{y}{at}} t^{-a-1}, \rho = i_6 e^{\frac{y}{at}} t^{-a-1}.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 43:** 1, a4 + 5 + 11, b4 + c5 + d6 + 14.*Инварианты:*

$$\frac{zc-yd+d\ln(t)t}{ct}, \frac{utc-by-a\ln(t)ct+b\ln(t)t}{ct}, \frac{vt-y}{t}, \frac{wtc-yd+d\ln(t)t}{ct}, pe^{-\frac{y}{ct}} t^{c-1}, \rho e^{-\frac{y}{ct}} t^{c-1}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 tc + by + a\ln(t)ct - b\ln(t)t}{ct}, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 tc + yd - d\ln(t)t}{ct}, p = i_5 e^{\frac{y}{ct}} t^{-c-1}, \rho = i_6 e^{\frac{y}{ct}} t^{-c-1}.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 44:** 1, a4 + 11, b4 + 7 + c14.*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$\frac{r}{t}, u - a \ln(t) - \phi b, R, \Phi - \phi, pe^{-c\phi}, \rho e^{-c\phi}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + a \ln(t) + \phi b, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3, p = i_5 e^{c\phi}, \rho = i_6 e^{c\phi}.$$

*Система координат:* C.**Подалгебра № 45:** 1, a4 + 1, b4 + 5 + 14.*Инварианты:*

$$t, z, \frac{vt-y}{t}, w, pe^{-\frac{y}{t}}, \rho e^{-\frac{y}{t}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:***ЧИР.***Система координат:* D.**Подалгебра № 46:** 1, a4 + 1, b4 + 14.*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$t, y, z, v, w, \frac{p}{p}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 47:** 1, 11, 7 + a13 + b14.

Условия на параметры:

 $a \neq 0$ .

Инварианты:

$$\frac{a\phi - \ln(t) + \ln(r)}{a}, \frac{ut}{r}, \frac{Rt}{r}, \frac{\Phi a - \ln(t) + \ln(r)}{a}, pt^{-\frac{b}{a}} r^{\frac{b}{a}}, \rho t^{-\frac{2a-b}{a}} r^{\frac{2a+b}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 r}{t}, \Phi = \frac{i_4 a + \ln(t) - \ln(r)}{a}, R = \frac{i_3 r}{t}, p = i_5 t^{\frac{b}{a}} r^{-\frac{b}{a}}, \rho = i_6 t^{\frac{2a+b}{a}} r^{-\frac{2a-b}{a}}.$$

Система координат: C.

**Подалгебра № 48:** 1, 11, 7 + a14.

Инварианты:

$$\frac{r}{t}, u, R, \Phi - \phi, \rho e^{-a\phi}, \rho e^{-a\phi}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3, p = i_5 e^{a\phi}, \rho = i_6 e^{a\phi}.$$

Система координат: C.

**Подалгебра № 49:** 1, 11, 13 + a14.

Инварианты:

$$\frac{z}{y}, \frac{ut}{y}, \frac{vt}{y}, \frac{wt}{y}, pt^{-a} y^a, \rho t^{-2-a} y^{2+a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 y}{t}, v = \frac{i_3 y}{t}, w = \frac{i_4 y}{t}, p = i_5 t^a y^{-a}, \rho = i_6 t^{2+a} y^{-2-a}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 50:** 1, 11, 14.

Инварианты:

$$\frac{y}{t}, \frac{z}{t}, u, v, w, \frac{\rho}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 51:** 1, 10, 7 + a11 + b13 + c14.

Условия на параметры:

 $b \neq 0$ .

Инварианты:

$$\frac{a\phi - \ln(r)}{a}, ur^{\frac{b}{a}}, Rr^{\frac{b}{a}}, \frac{\Phi a - \ln(r)}{a}, pr^{-\frac{c}{a}}, \rho r^{-\frac{c-2b}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 r^{-\frac{b}{a}}, \Phi = \frac{i_4 a + \ln(r)}{a}, R = i_3 r^{-\frac{b}{a}}, p = i_5 r^{\frac{c}{a}}, \rho = i_6 r^{\frac{c+2b}{a}}.$$

Система координат: C.

**Подалгебра № 52:** 1, 10, 7 + a11 + b14.

Инварианты:

$$\frac{a\phi - \ln(r)}{a}, u, R, \frac{\Phi a - \ln(r)}{a}, pr^{-\frac{b}{a}}, \rho r^{-\frac{b}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, \Phi = \frac{i_4 a + \ln(r)}{a}, R = i_3, p = i_5 r^{\frac{b}{a}}, \rho = i_6 r^{\frac{b}{a}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 53:** 1, 10,  $a11 + 13 + b14$ .

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{z}{y}, uy^{a-1}, vy^{a-1}, wy^{a-1}, py^{-\frac{b}{a}}, \rho y^{-\frac{2-b}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 y^{-a-1}, v = i_3 y^{-a-1}, w = i_4 y^{-a-1}, p = i_5 y^{\frac{b}{a}}, \rho = i_6 y^{\frac{2+b}{a}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 54:** 1, 10,  $13 + a14$ .

Инварианты:

$$y, z, \frac{v}{u}, \frac{w}{u}, pu^a, \rho u^{2+a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 55:** 1, 10, 14.

Инварианты:

$$y, z, u, v, w, \frac{\rho}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 56:** 1, 10,  $11 + a14$ .

Инварианты:

$$\frac{z}{y}, u, v, w, py^{-a}, \rho y^{-a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = i_3, w = i_4, p = i_5 y^a, \rho = i_6 y^a.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 57:** 1, 10,  $2 + 13 + a14$ .

Инварианты:

$$z, ue^y, ve^y, we^y, pe^{-ay}, \rho e^{(-2-a)y}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 e^{-y}, v = i_3 e^{-y}, w = i_4 e^{-y}, p = i_5 e^{ay}, \rho = i_6 e^{(2+a)y}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 58:** 1, 10,  $3 + 14$ .

Инварианты:

$$y, u, v, w, pe^{-z}, \rho e^{-z}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = i_3, w = i_4, p = i_5 e^z, \rho = i_6 e^z.$$

Система координат: D.



**Подалгебра № 59:**  $1, 10, 4 + 7 + a11 + b14$ .

*Инварианты:*

$$\frac{a\phi - \ln(r)}{a}, \frac{ua - \ln(r)}{a}, R, \frac{\Phi a - \ln(r)}{a}, pr^{-\frac{b}{a}}, \rho r^{-\frac{b}{a}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 a + \ln(r)}{a}, \Phi = \frac{i_4 a + \ln(r)}{a}, R = i_3, p = i_5 r^{\frac{b}{a}}, \rho = i_6 r^{\frac{b}{a}}.$$

*Система координат:*  $\bar{C}$ .

**Подалгебра № 60:**  $1, 10, 4 + 11 + a14$ .

*Инварианты:*

$$\frac{z}{y}, u - \ln(y), v, w, py^{-a}, \rho y^{-a}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + \ln(y), v = i_3, w = i_4, p = i_5 y^a, \rho = i_6 y^a.$$

*Система координат:*  $\bar{D}$ .

**Подалгебра № 61:**  $1, 10, 4 + 14$ .

*Инварианты:*

$$y, z, v, w, pe^{-u}, \rho e^{-u}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:*  $\bar{D}$ .

**Подалгебра № 62:**  $3, 4 + a6 + 10, 211 - 13 + d14$ .

*Инварианты:*

$$\frac{v}{u-t}, \frac{-at+w}{u-t}, (1/2) \frac{2x-t^2}{y}, \frac{y}{(u-t)^2}, p(u-t)^{-d}, \rho(u-t)^{2-d}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \sqrt{\frac{y}{i_4}} + t, v = i_1 \sqrt{\frac{y}{i_4}}, w = i_2 \sqrt{\frac{y}{i_4}} + at, p = i_5 \left( \sqrt{\frac{y}{i_4}} \right)^d, \\ \rho = i_6 \left( \sqrt{\frac{y}{i_4}} \right)^d i_4 y^{-1}.$$

*Система координат:*  $\bar{D}$ .

**Подалгебра № 63:**  $3, 4 + a6 + 10, 14$ .

*Инварианты:*

$$x - (1/2)t^2, y, u - t, v, -at + w, \frac{p}{p}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:*  $\bar{D}$ .

**Подалгебра № 64:**  $3, 4 + a6 + 10, b1 + c2 + d6 + 14$ .

*Условия на параметры:*

$$b^2 + c^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$2by - 2cx + ct^2, u - t, v, dy + cat - cw, pe^{\frac{at-w}{d}}, \rho e^{\frac{at-w}{d}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + t, v = i_3, w = \frac{-i_4 + dy + cat}{c}, p = i_5 e^{\frac{-i_4 + dy}{dc}}, \rho = i_6 e^{\frac{-i_4 + dy}{dc}}.$$

*Система координат:*  $\bar{D}$ .

**Подалгебра № 65:**  $3, 4 + ab + 10, 6 + 14.$

*Инварианты:*

$$x - (1/2)t^2, y, u - t, v, \rho e^{at-w}, \rho e^{at-w}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 66:**  $1, 4 + 10, 7 + 2a11 - a13 + b14.$

*Условия на параметры:*

$$a \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$(1/2) \frac{2a\phi - \ln(r)}{a}, \frac{u-t}{\sqrt{r}}, \frac{R}{\sqrt{r}}, (1/2) \frac{2\Phi a - \ln(r)}{a}, pr^{-(1/2)\frac{b}{a}}, \rho r^{(1/2)\frac{-b+2a}{a}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2\sqrt{r} + t, \Phi = 1/2 \frac{2i_4a + \ln(r)}{a}, R = i_3\sqrt{r}, p = i_5r^{1/2\frac{b}{a}}, \rho = i_6r^{1/2\frac{b-2a}{a}}.$$

*Система координат:* C.

**Подалгебра № 67:**  $1, 4 + 10, 7 + a14.$

*Инварианты:*

$$r, u - t, R, \Phi - \phi, \rho e^{-a\phi}, \rho e^{-a\phi}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + t, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3, p = i_5e^{a\phi}, \rho = i_6e^{a\phi}.$$

*Система координат:* C.

**Подалгебра № 68:**  $1, 4 + 10, 211 - 13 + a14.$

*Инварианты:*

$$\frac{z}{y}, \frac{u-t}{\sqrt{y}}, \frac{v}{\sqrt{y}}, \frac{w}{\sqrt{y}}, py^{-(1/2)a}, \rho y^{1-(1/2)a}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2\sqrt{y} + t, v = i_3\sqrt{y}, w = i_4\sqrt{y}, p = i_5y^{1/2a}, \rho = i_6y^{1/2a-1}.$$

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 69:**  $1, 4 + 10, 14.$

*Инварианты:*

$$y, z, u - t, v, w, \frac{\rho}{p}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 70:**  $1, 4 + 10, 4 + 7 + a14.$

*Инварианты:*

$$r, u - t - \phi, R, \Phi - \phi, \rho e^{-a\phi}, \rho e^{-a\phi}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + t + \phi, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3, p = i_5e^{a\phi}, \rho = i_6e^{a\phi}.$$

*Система координат:* C.

**Подалгебра № 71:**  $1, a4 + 10, 3 + b4 + 14.$

*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$y, u - at - zb, v, w, \rho e^{-z}, \rho e^{-z}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + at + zb, v = i_3, w = i_4, p = i_5 e^z, \rho = i_6 e^z.$$

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 72:** 1, 4 + 10, 4 + 14.

*Инварианты:*

$$y, z, v, w, \rho e^{t-u}, \rho e^{t-u}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 73:**  $a1 + c3 + 5, b1 + d2 + 6, 11 - 13 + s14.$

*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 + (c + d)^2 = 1.$$

*Инварианты:*

смотри перед таблицей.

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

смотри перед таблицей.

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 74:**  $a1 + c3 + 5, b1 + d2 + 6, 14.$

*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 + (c + d)^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$t, \frac{azd+xt^2-tay+cbt-bzt-xcd}{ad-bt}, u, \frac{-vbt+by+vad-dx}{ad-bt}, \frac{wad-ya+tx-wbt}{ad-bt}, \frac{\rho}{p}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 75:**  $a1 + c3 + 5, b1 + d2 + 6, s1 + g2 + k3 + 4 + 14.$

*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 + (c + d)^2 = 1.$$

*Инварианты:*

смотри перед таблицей.

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

смотри перед таблицей.

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 76:**  $3 + 5, 2 - 6, 7 + a11 - a13 + b14.$

*Инварианты:*

$$\frac{a\phi - \ln(V)}{a}, t, \frac{x}{V}, \frac{u}{V}, pV^{-\frac{b}{a}}, \rho V^{-\frac{b+2a}{a}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_4 x}{i_3}, V = \frac{x}{i_3}, \phi = \frac{i_1 a + \ln(x) + \ln(i_3^{-1})}{a}, p = i_5 x^{\frac{b}{a}} (i_3^{-1})^{\frac{b}{a}},$$

$$\rho = i_6 x^{\frac{b-2a}{a}} (i_3^{-1})^{\frac{b-2a}{a}}.$$

Система координат: E.

**Подалгебра № 77:**  $3 + 5, 2 - 6, 7 + a14$ .

Инварианты:

$$V, t, x, u, \rho e^{-a\phi}, \rho e^{-a\psi}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: E.

**Подалгебра № 78:**  $3 + 5, 2 - 6, 11 - 13 + a14$ .

Инварианты:

$$t, \frac{u}{x}, \frac{vt^2 - ty - z + v}{(t^2 + 1)x}, \frac{wt^2 - zt + y + w}{(t^2 + 1)x}, \rho x^{-a}, \rho x^{2-a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 x, v = \frac{i_3 x t^2 + i_3 x + t y + z}{t^2 + 1}, w = \frac{i_4 x t^2 + i_4 x + z t - y}{t^2 + 1}, p = \frac{i_5}{x^{-a}}, \rho = \frac{i_6}{x^{2-a}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 79:**  $14, 3 + 5, 2 - 6$ .

Инварианты:

$$t, z - v - vt^2 + ty, x, u, w - vt + y, \frac{\rho}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 80:**  $3 + 5, 2 - 6, a1 + b4 + 7 + c14$ .

Инварианты:

$$V, t, x - a\phi - \phi bt, u - b\phi, \rho e^{-c\phi}, \rho e^{-c\psi}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_4 a + i_4 b t - b i_3 + b x}{a + b t}, V = i_1, \phi = \frac{-i_3 + x}{a + b t}, p = i_5 e^{\frac{c(-i_3 + x)}{a + b t}}, \rho = i_6 e^{\frac{c(-i_3 + x)}{a + b t}}.$$

Система координат: E.

**Подалгебра № 81:**  $3 + 5, 2 - 6, a1 + 3 + b4 + 14$ .

Инварианты:

$$t, \frac{b u t + a u - b x}{a + b t}, \frac{b t^3 v + a t^2 v - b t^2 y + v b t - t a y - b z t + a v + x - a z}{(t^2 + 1)(a + b t)},$$

$$\frac{b t^3 w + a t^2 w - b t^2 z + b t y + t x - a z t + w b t + a w + a y}{(t^2 + 1)(a + b t)}, \rho e^{\frac{x}{-b t - a}}, \rho e^{\frac{x}{-b t - a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 b t + i_2 a + b x}{a + b t}, v = \frac{i_3 t^3 b + i_3 a t^2 + i_3 b t + i_3 a + b t^2 y + t a y + b z t - x + a z}{t^3 b + a t^2 + b t + a},$$

$$w = \frac{i_4 t^3 b + i_4 a t^2 + i_4 b t + i_4 a + b t^2 z - b t y - t x + a z t - a y}{t^3 b + a t^2 + b t + a}, p = i_5 e^{\frac{x}{a + b t}}, \rho = i_6 e^{\frac{x}{a + b t}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 82:**  $3 + 5, 2 - 6, a1 + b4 + 14$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 = 1.$$

Инварианты:

$$t, \frac{b u t + a u - b x}{a + b t}, \frac{v t^2 - t y - z + v}{t^2 + 1}, \frac{w t^2 - z t + y + w}{t^2 + 1}, \rho e^{\frac{x}{-b t - a}}, \rho e^{\frac{x}{-b t - a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2bt + i_2a + bx}{a + bt}, \quad v = \frac{i_3t^2 + i_3 + ty + z}{t^2 + 1}, \quad w = \frac{i_4t^2 + i_4 + zt - y}{t^2 + 1}, \quad p = i_5e^{\frac{x}{a+bt}},$$

$$\rho = i_6e^{\frac{x}{a+bt}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 83:** 5, 6, 7 + a11 + b13 + c14.

Условия на параметры:

$$ab \neq 0.$$

Инварианты:

$$Qe^{b\Phi}, te^{(-b-a)\Phi}, x^{a^{-1}}t^{(-b-a)^{-1}}, ue^{b\Phi}, pe^{-c\Phi}, \rho e^{(-2b-c)\Phi}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_4t^{-\frac{b}{b-a}} (i_2^{-1})^{-\frac{b}{b-a}}, \quad \Phi = \frac{\ln(t) + \ln(i_2^{-1})}{b+a}, \quad Q = i_1t^{-\frac{b}{b-a}} (i_2^{-1})^{-\frac{b}{b-a}},$$

$$p = i_5t^{\frac{c}{b+a}} (i_2^{-1})^{\frac{c}{b+a}}, \quad \rho = i_6t^{\frac{2b+c}{b+a}} (i_2^{-1})^{\frac{2b+c}{b+a}}.$$

Система координат:  $C_{56}$ .

**Подалгебра № 84:** 5, 6, 7 + a13 + b14.

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$Qe^{\Phi a}, te^{-\Phi a}, x, ue^{\Phi a}, pe^{-b\Phi}, \rho e^{(-2a-b)\Phi}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_4i_2}{t}, \quad \Phi = \frac{\ln(t) - \ln(i_2)}{a}, \quad Q = \frac{i_1i_2}{t}, \quad p = i_5i_2^{-\frac{b}{a}}t^{\frac{b}{a}}, \quad \rho = i_6t^{\frac{2a+b}{a}}i_2^{-\frac{2a-b}{a}}.$$

Система координат:  $C_{56}$ .

**Подалгебра № 85:** 5, 6, 7 + a11 + b14.

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$Q, te^{-\Phi a}, \frac{x}{t}, u, pe^{-b\Phi}, \rho e^{-b\Phi}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_4, \quad \Phi = \frac{\ln(t) - \ln(i_2)}{a}, \quad Q = i_1, \quad p = i_5i_2^{-\frac{b}{a}}t^{\frac{b}{a}}, \quad \rho = i_6t^{\frac{b}{a}}i_2^{-\frac{b}{a}}.$$

Система координат:  $C_{56}$ .

**Подалгебра № 86:** 5, 6, a11 + 13 + b14.

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$xt^{-\frac{a}{a-1}}, ut^{(a+1)^{-1}}, (vt - y)t^{-\frac{a}{a-1}}, (wt - z)t^{-\frac{a}{a-1}}, pt^{-\frac{b}{a-1}}, \rho t^{\frac{-b-2}{a+1}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2t^{(-a-1)^{-1}}, \quad v = \left(t^{\frac{a}{a+1}}i_3 + y\right)t^{-1}, \quad w = \left(t^{\frac{a}{a+1}}i_4 + z\right)t^{-1}, \quad p = i_5t^{\frac{b}{a+1}},$$

$$\rho = i_6t^{\frac{2+b}{a+1}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 87:** 5, 6, 13 + a14.

Инварианты:

$x, tu, vt - y, wt - z, pt^{-a}, \rho t^{-2-a}$ .

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2}{t}, v = \frac{i_3+y}{t}, w = \frac{i_4+z}{t}, p = i_5 t^a, \rho = i_6 t^{2+a}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 88:** 5, 6, 11 + a14.

Инварианты:

$$\frac{x}{t}, u, \frac{vt-y}{t}, \frac{wt-z}{t}, pt^{-a}, \rho t^{-a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = \frac{i_3+y}{t}, w = \frac{i_4+z}{t}, p = i_5 t^a, \rho = i_6 t^a.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 89:** 5, 6, 14.

Инварианты:

$$t, x, u, \frac{vt-y}{t}, \frac{wt-z}{t}, \frac{\rho}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 90:** 5, 6, 1 + 7 + a13 + b14.

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$Qe^{\Phi a}, \ln(t) - ax, x - \Phi, ue^{\Phi a}, pe^{-b\Phi}, \rho e^{(-2a-b)\Phi}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_4 e^{a(i_3-x)}, \Phi = -i_3 + x, Q = i_1 e^{a(i_3-x)}, p = i_5 e^{b(-i_3+x)}, \\ \rho = i_6 e^{(-2a-b)(i_3-x)}.$$

Система координат:  $C_{56}$ .

**Подалгебра № 91:** 5, 6, 1 + 7 + a14.

Инварианты:

$$Q, t, x - \Phi, u, pe^{-\Phi a}, \rho e^{-\Phi a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_4, \Phi = -i_3 + x, Q = i_1, p = i_5 e^{a(-i_3+x)}, \rho = i_6 e^{a(-i_3+x)}.$$

Система координат:  $C_{56}$ .

**Подалгебра № 92:** 5, 6, a1 + 2 + 13 + b14.

Инварианты:

$$x - a \ln(t), tu, vt - y + \ln(t), wt - z, pt^{-b}, \rho t^{-b-2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2}{t}, v = \frac{i_3+y-\ln(t)}{t}, w = \frac{i_4+z}{t}, p = i_5 t^b, \rho = i_6 t^{2+b}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 93:** 5, 6, a1 + 3 + 14.

Инварианты:

$$t, u, \frac{vt-y}{t}, \frac{awt-az+x}{at}, pe^{-\frac{x}{a}}, \rho e^{-\frac{x}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 a t + a z - x}{a t}, p = i_5 e^{\frac{x}{a}}, \rho = i_6 e^{\frac{x}{a}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 94:** 5, 6, 1 + 13 + a14.

Инварианты:

$$x - \ln(t), tu, vt - y, wt - z, pt^{-a}, \rho t^{-2-a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2}{t}, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 t + z}{t}, p = i_5 t^a, \rho = i_6 t^{2+a}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 95:** 5, 6, 1 + 14.

Инварианты:

$$t, u, \frac{vt-y}{t}, \frac{wt-z}{t}, pe^{-x}, \rho e^{-x}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 t + z}{t}, p = i_5 e^x, \rho = i_6 e^x.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 96:** 5, 6, 4 + 7 + a11 + b14.

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$Q, te^{-\Phi a}, \frac{ax}{t} - \ln(t), u - \Phi, pe^{-b\Phi}, \rho e^{-b\Phi}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_4 a + \ln(t) - \ln(i_2)}{a}, \Phi = \frac{\ln(t) - \ln(i_2)}{a}, Q = i_1, p = i_5 i_2^{-\frac{b}{a}} t^{\frac{b}{a}}, \rho = i_6 t^{\frac{b}{a}} i_2^{-\frac{b}{a}}.$$

Система координат:  $C_{56}$ .

**Подалгебра № 97:** 5, 6, 4 + 7 + a14.

Инварианты:

$$Q, t, x - \Phi t, u - \Phi, pe^{-\Phi a}, \rho e^{-\Phi a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_4 t - i_3 + x}{t}, \Phi = \frac{-i_3 + x}{t}, Q = i_1, p = i_5 e^{\frac{a(-i_3 + x)}{t}}, \rho = i_6 e^{\frac{a(-i_3 + x)}{t}}.$$

Система координат:  $C_{56}$ .

**Подалгебра № 98:** 5, 6, 4 + 11 + a14.

Инварианты:

$$\frac{x - t \ln(t)}{t}, u - \ln(t), \frac{vt-y}{t}, \frac{wt-z}{t}, pt^{-a}, \rho t^{-a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 + \ln(t), v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 t + z}{t}, p = i_5 t^a, \rho = i_6 t^a.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 99:** 5, 6, 4 + 14.

Инварианты:

$$t, \frac{ut-x}{t}, \frac{vt-y}{t}, \frac{wt-z}{t}, pe^{-\frac{x}{t}}, \rho e^{-\frac{x}{t}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 t + x}{t}, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 t + z}{t}, p = i_5 e^{\frac{x}{t}}, \rho = i_6 e^{\frac{x}{t}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 100:** 5, 6, 1 + 4 + 7 + a14.

*Инварианты:*

$$Q, t, x - \Phi - \Phi t, u - \Phi, p e^{-\Phi a}, \rho e^{-\Phi a}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_4 t + i_4 - i_3 + x}{t+1}, \Phi = \frac{-i_3 + x}{t+1}, Q = i_1, p = i_5 e^{\frac{a(-i_3+x)}{t+1}}, \rho = i_6 e^{\frac{a(-i_3+x)}{t+1}}.$$

*Система координат:*  $C_{56}$ .

**Подалгебра № 101:** 5, 6, a1 + 3 + 4 + 14.

*Инварианты:*

$$t, \frac{ut+ua-x}{t+a}, \frac{vt-y}{t}, \frac{wt^2-tz+awt-az+x}{t(t+a)}, p e^{\frac{x}{-t-a}}, \rho e^{\frac{x}{-t-a}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 a + i_2 t + x}{t+a}, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 t a + i_4 t^2 + t z + a z - x}{t(t+a)}, p = i_5 e^{\frac{x}{t+a}}, \rho = i_6 e^{\frac{x}{t+a}}.$$

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 102:** 5, 6, 1 + 4 + 14.

*Инварианты:*

$$t, \frac{ut+u-x}{t+1}, \frac{vt-y}{t}, \frac{wt-z}{t}, p e^{\frac{x}{-t-1}}, \rho e^{\frac{x}{-t-1}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 t + i_2 + x}{t+1}, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 t + z}{t}, p = i_5 e^{\frac{x}{t+1}}, \rho = i_6 e^{\frac{x}{t+1}}.$$

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 103:** a1 + 2, b3 + 4, c1 + d3 + k5 + s6 + 14.

*Условия на параметры:*

$$b^2 + c^2 + d^2 = 1, s^2 + k^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$t, \frac{ust^2+tasy-ztk+uaktb+utd-xts-ucb-xd+zc+ayd}{st^2-cb+aktb+td}, \frac{vst^2+vaktb+vtd-ztk+kbx-bkay-vcb}{st^2-cb+aktb+td},$$

$$\frac{wst^2-tsz+waktb+wtd+bsx-bsay-wcb}{st^2-cb+aktb+td}, p e^{\frac{-tz+bx-aby}{st^2-cb+aktb+td}}, \rho e^{\frac{-tz+bx-aby}{st^2-cb+aktb+td}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{-i_2 t^2 s + i_2 b c - i_2 a k t b - i_2 t d + t a s y - z t k a - x t s - x d + z c + a y d}{-s t^2 - a k t b - t d + c b},$$

$$v = \frac{-i_3 t^2 s + i_3 b c - i_3 a k t b - i_3 t d - z t k + k b x - b k a y}{-s t^2 - a k t b - t d + c b}, w = \frac{-i_4 t^2 s + i_4 b c - i_4 a k t b - i_4 t d - t s z + b s x - b s a y}{-s t^2 - a k t b - t d + c b},$$

$$p = i_5 e^{\frac{-tz+bx-aby}{-st^2-aktb-td+cb}}, \rho = i_6 e^{\frac{-tz+bx-aby}{-st^2-aktb-td+cb}}.$$

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 104:** a1 + 2, 3 + 4, 11 - 13 + b14.

*Инварианты:*

$$t, \frac{z-u}{-x+ay+tz}, \frac{v}{x-ay-tz}, \frac{w}{x-ay-tz}, p (x-ay-tz)^{-b}, \rho (x-ay-tz)^{-b+2}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 x - i_2 a y - i_2 t z + z, v = i_3 x - i_3 a y - i_3 t z, w = i_4 x - i_4 a y - i_4 t z,$$

$$p = i_5 (x-ay-tz)^b, \rho = i_6 (x-ay-tz)^{-2+b}.$$

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 105:** a1 + 2, 3 + 4, 14.

*Инварианты:*

$$t, -x + ay + tz, z - u, v, w, \frac{p}{\rho}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*



**ЧИР.***Система координат:* D.**Подалгебра № 106:**  $1, a4 + 6, b11 + 13 + c14$ .*Условия на параметры:*

$$b \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$yt^{\frac{b}{-b-1}}, (ut - az)t^{\frac{b}{-b-1}}, vt^{(1+b)^{-1}}, (wt - z)t^{\frac{b}{-b-1}}, pt^{\frac{c}{-b-1}}, \rho t^{\frac{-c-2}{1+b}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \left( t^{\frac{b}{1+b}} i_2 + az \right) t^{-1}, v = i_3 t^{(-b-1)^{-1}}, w = \left( t^{\frac{b}{1+b}} i_4 + z \right) t^{-1}, p = i_5 t^{\frac{c}{1+b}}, \\ \rho = i_6 t^{\frac{c+2}{1+b}}.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 107:**  $a1 + 2, 4, 13 + b14$ .*Инварианты:*

$$z, ut - x + ay, vt, wt, pt^{-b}, \rho t^{-2-b}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 + x - ay}{t}, v = \frac{i_3}{t}, w = \frac{i_4}{t}, p = i_5 t^b, \rho = i_6 t^{2+b}.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 108:**  $1, a4 + 6, 11 + b14$ .*Инварианты:*

$$\frac{y}{t}, \frac{ut - az}{t}, v, \frac{wt - z}{t}, pt^{-b}, \rho t^{-b}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 t + az}{t}, v = i_3, w = \frac{i_4 t + z}{t}, p = i_5 t^b, \rho = i_6 t^b.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 109:**  $a1 + 2, 4, 14$ .*Инварианты:*

$$t, z, \frac{ut - x + ay}{t}, v, w, \frac{\rho}{p}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:***ЧИР.***Система координат:* D.**Подалгебра № 110:**  $a1 + 2, 4, b1 + c3 + 13 + d14$ .*Условия на параметры:*

$$b^2 + c^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$z - c \ln(t), ut - x + ay + b \ln(t), vt, wt, pt^{-d}, \rho t^{-2-d}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 + x - ay - b \ln(t)}{t}, v = \frac{i_3}{t}, w = \frac{i_4}{t}, p = i_5 t^d, \rho = i_6 t^{2+d}.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 111:**  $a1 + 2, 4, b1 + c3 + 14$ .*Условия на параметры:*

$$b^2 + c^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$t, \frac{cut-cx+cau+bz}{tc}, v, w, pe^{-\frac{z}{c}}, \rho e^{-\frac{z}{c}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2tc+cx-cau-bz}{tc}, v = i_3, w = i_4, p = i_5e^{\frac{z}{c}}, \rho = i_6e^{\frac{z}{c}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 112:**  $1, a4 + 6, b4 + c5 + 11 + d14.$

Условия на параметры:

$$b^2 + c^2 = 1.$$

Инварианты:

$$\frac{y-tc\ln(t)}{t}, \frac{ut-az-b\ln(t)t}{t}, v - c \ln(t), \frac{wt-z}{t}, pt^{-d}, \rho t^{-d}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2t+az+b\ln(t)t}{t}, v = i_3 + c \ln(t), w = \frac{i_4t+z}{t}, p = i_5t^d, \rho = i_6t^d.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 113:**  $a1 + 2, 4, b5 + c6 + 14.$

Условия на параметры:

$$b^2 + c^2 = 1.$$

Инварианты:

$$t, \frac{cut-cx+cau-abz}{tc}, \frac{vtc-bz}{tc}, \frac{wt-z}{t}, pe^{-\frac{z}{tc}}, \rho e^{-\frac{z}{tc}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2tc+cx-cau+abz}{tc}, v = \frac{i_3tc+bz}{tc}, w = \frac{i_4t+z}{t}, p = i_5e^{\frac{z}{tc}}, \rho = i_6e^{\frac{z}{tc}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 114:**  $1, 2 + 4, a10 + 11 - 13 + b14.$

Инварианты:

$$ze^{-\frac{t}{a}}, (-y + u) e^{-\frac{t}{a}}, ve^{-\frac{t}{a}}, we^{-\frac{t}{a}}, pe^{-\frac{bt}{a}}, \rho e^{\frac{(-b+2)t}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \left( i_2 + e^{-\frac{t}{a}} y \right) e^{\frac{t}{a}}, v = i_3 e^{\frac{t}{a}}, w = i_4 e^{\frac{t}{a}}, p = i_5 e^{\frac{bt}{a}}, \rho = i_6 e^{\frac{(-2+b)t}{a}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 115:**  $1, 2 + 4, 10 + a14.$

Инварианты:

$$z, -y + u, v, w, pe^{-ta}, \rho e^{-ta}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 + y, v = i_3, w = i_4, p = i_5 e^{ta}, \rho = i_6 e^{ta}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 116:**  $1, 3 + 4, 14.$

Инварианты:

$$t, y, u - z, v, w, \frac{\rho}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 117:**  $3, a1 + b2 + 6, 4 + 10 + c14.$

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 = 1.$$

Инварианты:

$$-2ya + 2bx - bt^2, u - t, v, y - bw, pe^{-tc}, \rho e^{-tc}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 + t, v = i_3, w = \frac{-i_4 + y}{b}, p = i_5 e^{tc}, \rho = i_6 e^{tc}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 118:** 1, 3 + 4, a3 + 5 + b6 + 14.

Инварианты:

$$t, \frac{ut-tz+ya+ybt}{t}, \frac{vt-y}{t}, \frac{wt-yb}{t}, pe^{-\frac{y}{t}}, \rho e^{-\frac{y}{t}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 t + tz - ya - ybt}{t}, v = \frac{i_3 t + y}{t}, w = \frac{i_4 t + yb}{t}, p = i_5 e^{\frac{y}{t}}, \rho = i_6 e^{\frac{y}{t}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 119:** 1, 3 + 4, a2 + b3 + 14.

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 = 1.$$

Инварианты:

$$t, \frac{ua-az+yb}{a}, v, w, pe^{-\frac{y}{a}}, \rho e^{-\frac{y}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 a + az - yb}{a}, v = i_3, w = i_4, p = i_5 e^{\frac{y}{a}}, \rho = i_6 e^{\frac{y}{a}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 120:** 1, 2 + 4, a3 + 5 + b6 + 14.

Инварианты:

$$t, \frac{-ybt+btu-ya+ua+tz}{bt+a}, \frac{vbt+va-z}{bt+a}, \frac{wbt+wa-bz}{bt+a}, pe^{-\frac{z}{bt+a}}, \rho e^{-\frac{z}{bt+a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 bt + i_2 a + ybt + ya - tz}{bt+a}, v = \frac{i_3 bt + i_3 a + z}{bt+a}, w = \frac{i_4 bt + i_4 a + bz}{bt+a}, p = i_5 e^{\frac{z}{bt+a}}, \rho = i_6 e^{\frac{z}{bt+a}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 121:** 1, 4, 7 + a11 + b13 + c14.

Условия на параметры:

$$b + a \neq 0.$$

Инварианты:

$$rt^{-\frac{a}{b-a}}, \frac{\phi b + a\phi - \ln(t)}{b+a}, Rt^{\frac{b}{b+a}}, \frac{\Phi b + \Phi a - \ln(t)}{b+a}, pt^{-\frac{c}{b-a}}, \rho t^{\frac{-c-2b}{b+a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: C.

**Подалгебра № 122:** 1, 4, 7 + a11 - a13 + c14.

Инварианты:

$$t, \frac{a\phi - \ln(r)}{a}, \frac{R}{r}, \frac{\Phi a - \ln(r)}{a}, pr^{-\frac{c}{a}}, \rho r^{\frac{2a-c}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: C.

**Подалгебра № 123:** 1, 4,  $a11 + 13 + b14$ .

*Условия на параметры:*

$$a(1+a) \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$yt^{\frac{a}{1-a}}, zt^{\frac{a}{1-a}}, vt^{(1+a)^{-1}}, wt^{(1+a)^{-1}}, pt^{\frac{b}{1-a}}, \rho t^{\frac{-2-b}{1+a}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 124:** 1, 4,  $13 + a14$ .

*Инварианты:*

$$y, z, vt, wt, pt^{-a}, \rho t^{-2-a}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 125:** 1, 4,  $11 + a14$ .

*Инварианты:*

$$\frac{y}{t}, \frac{z}{t}, v, w, pt^{-a}, \rho t^{-a}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 126:** 1, 4,  $11 - 13 + a14$ .

*Инварианты:*

$$t, \frac{z}{y}, \frac{v}{y}, \frac{w}{y}, py^{-a}, \rho y^{2-a}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 127:** 1, 4, 14.

*Инварианты:*

$$t, y, z, v, w, \frac{\rho}{p}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 128:** 1, 4,  $7 + 10 + a11 - a13 + b14$ .

*Инварианты:*

$$\rho e^{-ta}, \phi - t, Re^{-ta}, \Phi - t, \rho e^{-bt}, \rho e^{(-b+2a)t}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

**ЧИР.**

*Система координат:* C.

**Подалгебра № 129:** 1, 4,  $10 + 11 - 13 + a14$ .

*Инварианты:*

$$ye^{-t}, ze^{-t}, ve^{-t}, we^{-t}, \rho e^{-ta}, \rho e^{(2-a)t}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 130:** 1, 4, 10 + 14.

Инварианты:

$y, z, v, w, \rho e^{-t}, \rho e^{-t}$ .

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 131:** 1, 4, 2 + 13 + a14.

Инварианты:

$y - \ln(t), z, vt, wt, pt^{-a}, \rho t^{-2-a}$ .

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 132:** 1, 4, 2 + 14.

Инварианты:

$t, z, v, w, \rho e^{-y}, \rho e^{-y}$ .

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 133:** 1, 4, 5 + 11 + a14.

Инварианты:

$\frac{y-t \ln(t)}{t}, \frac{z}{t}, v - \ln(t), w, pt^{-a}, \rho t^{-a}$ .

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 134:** 1, 4, 5 + 14.

Инварианты:

$t, z, \frac{vt-y}{t}, w, \rho e^{-\frac{y}{t}}, \rho e^{-\frac{y}{t}}$ .

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 135:** 3, 6, 4 + 10 + 14.

Инварианты:

$x - (1/2)t^2, y, u - t, v, \rho e^{-t}, \rho e^{-t}$ .

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 136:** 1, 4, 3 + 5 + 14.

Инварианты:

$$t, \frac{tz-y}{t}, \frac{vt-y}{t}, w, \rho e^{-\frac{y}{t}}, \rho e^{-\frac{y}{t}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 137:**  $2, 3, 7 + a11 + b13 + c14$ .

Условия на параметры:

$$ab(b+a) \neq 0.$$

Инварианты:

$$xt^{-\frac{a}{b+a}}, ut^{\frac{b}{b+a}}, Rt^{\frac{b}{b+a}}, \frac{\Phi b + \Phi a - \ln(t)}{b+a}, pt^{-\frac{c}{b+a}}, \rho t^{-\frac{c-2b}{b+a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 t^{-\frac{b}{b+a}}, \Phi = \frac{i_4 b + i_4 a + \ln(t)}{b+a}, R = i_3 t^{-\frac{b}{b+a}}, p = i_5 t^{\frac{c}{b+a}}, \rho = i_6 t^{\frac{c+2b}{b+a}}.$$

Система координат: C.

**Подалгебра № 138:**  $2, 3, 7 + a13 + b14$ .

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$x, ut, Rt, \frac{\Phi a - \ln(t)}{a}, pt^{-\frac{b}{a}}, \rho t^{-\frac{2a-b}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2}{t}, \Phi = \frac{i_4 a + \ln(t)}{a}, R = \frac{i_3}{t}, p = i_5 t^{\frac{b}{a}}, \rho = i_6 t^{\frac{2a+b}{a}}.$$

Система координат: C.

**Подалгебра № 139:**  $2, 3, 7 + a11 + b14$ .

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{x}{t}, u, R, \frac{\Phi a - \ln(t)}{a}, pt^{-\frac{b}{a}}, \rho t^{-\frac{b}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, \Phi = \frac{i_4 a + \ln(t)}{a}, R = i_3, p = i_5 t^{\frac{b}{a}}, \rho = i_6 t^{\frac{b}{a}}.$$

Система координат: C.

**Подалгебра № 140:**  $2, 3, 7 + a11 - a13 + b14$ .

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$t, \frac{u}{x}, \frac{R}{x}, \frac{\Phi a - \ln(x)}{a}, px^{-\frac{b}{a}}, \rho x^{-\frac{b+2a}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 x, \Phi = \frac{i_4 a + \ln(x)}{a}, R = i_3 x, p = i_5 x^{\frac{b}{a}}, \rho = i_6 x^{\frac{b-2a}{a}}.$$

Система координат: C.

**Подалгебра № 141:**  $2, 3, 7 + a14$ .

Инварианты:

$$t, x, u, R, \rho e^{-\Phi a}, \rho e^{-\Phi a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.***Система координат:* С.**Подалгебра № 142:** 2, 3,  $a11 + 13 + b14$ .*Условия на параметры:*

$$a(1+a) \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$xt^{\frac{a}{1-a}}, ut^{(1+a)^{-1}}, vt^{(1+a)^{-1}}, wt^{(1+a)^{-1}}, pt^{\frac{b}{1-a}}, \rho t^{\frac{-2-b}{1+a}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 t^{(-1-a)^{-1}}, v = i_3 t^{(-1-a)^{-1}}, w = i_4 t^{(-1-a)^{-1}}, p = i_5 t^{\frac{b}{1+a}}, \rho = i_6 t^{\frac{2+b}{1+a}}.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 143:** 2, 3,  $13 + a14$ .*Инварианты:*

$$x, ut, vt, wt, pt^{-a}, \rho t^{-2-a}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2}{t}, v = \frac{i_3}{t}, w = \frac{i_4}{t}, p = i_5 t^a, \rho = i_6 t^{2+a}.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 144:** 2, 3,  $11 + a14$ .*Инварианты:*

$$\frac{x}{t}, u, v, w, pt^{-a}, \rho t^{-a}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2, v = i_3, w = i_4, p = i_5 t^a, \rho = i_6 t^a.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 145:** 2, 3,  $11 - 13 + a14$ .*Инварианты:*

$$t, \frac{u}{x}, \frac{v}{x}, \frac{w}{x}, px^{-a}, \rho x^{2-a}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 x, v = i_3 x, w = i_4 x, p = i_5 x^a, \rho = i_6 x^{-2+a}.$$

*Система координат:* D.**Подалгебра № 146:** 2, 3, 14.*Инварианты:*

$$t, x, u, v, w, \frac{\rho}{p}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:***ЧИР.***Система координат:* D.**Подалгебра № 147:** 2, 3,  $7 + 10 + a11 - a13 + b14$ .*Условия на параметры:*

$$a \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$xe^{-at}, ue^{-at}, Re^{-at}, \Phi - t, pe^{-bt}, \rho e^{(-b+2a)t}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 e^{at}, \Phi = i_4 + t, R = i_3 e^{at}, p = i_5 e^{bt}, \rho = i_6 e^{(b-2a)t}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 148:** 2, 3, 7 + 10 + a14.

Инварианты:

$$x, u, R, \Phi - t, p e^{-at}, \rho e^{-at}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, \Phi = i_4 + t, R = i_3, p = i_5 e^{at}, \rho = i_6 e^{at}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 149:** 2, 3, 10 + 11 - 13 + a14.

Инварианты:

$$x e^{-t}, u e^{-t}, v e^{-t}, w e^{-t}, p e^{-at}, \rho e^{(2-a)t}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 e^t, v = i_3 e^t, w = i_4 e^t, p = i_5 e^{at}, \rho = i_6 e^{(-2+a)t}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 150:** 2, 3, 10 + 14.

Инварианты:

$$x, u, v, w, p e^{-t}, \rho e^{-t}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, v = i_3, w = i_4, p = i_5 e^t, \rho = i_6 e^t.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 151:** 2, 3, 1 + 7 + a13 + b14.

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{xa - \ln(t)}{a}, ut, Rt, \frac{\Phi a - \ln(t)}{a}, pt^{-\frac{b}{a}}, \rho t^{-\frac{2a-b}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2}{t}, \Phi = \frac{i_4 a + \ln(t)}{a}, R = \frac{i_3}{t}, p = i_5 t^{\frac{b}{a}}, \rho = i_6 t^{\frac{2a+b}{a}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 152:** 2, 3, 1 + 7 + a14.

Инварианты:

$$t, u, R, \Phi - x, p e^{-xa}, \rho e^{-xa}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2, \Phi = i_4 + x, R = i_3, p = i_5 e^{xa}, \rho = i_6 e^{xa}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 153:** 2, 3, 4 + 7 + a11 + b14.

Условия на параметры:

$$a \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{xa - \ln(t)t}{at}, \frac{ua - \ln(t)}{a}, R, \frac{\Phi a - \ln(t)}{a}, pt^{-\frac{b}{a}}, \rho t^{-\frac{b}{a}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:



$$u = \frac{i_2 a + \ln(t)}{a}, \Phi = \frac{i_4 a + \ln(t)}{a}, R = i_3, p = i_5 t^{\frac{b}{a}}, \rho = i_6 t^{\frac{b}{a}}.$$

Система координат:  $\bar{C}$ .

**Подалгебра № 154:** 2, 3, 4 + 7 + a14.

Инварианты:

$$t, \frac{ut-x}{t}, R, \frac{\Phi t-x}{t}, p e^{-\frac{xa}{t}}, \rho e^{-\frac{xa}{t}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 t + x}{t}, \Phi = \frac{i_4 t + x}{t}, R = i_3, p = i_5 e^{\frac{xa}{t}}, \rho = i_6 e^{\frac{xa}{t}}.$$

Система координат:  $\bar{C}$ .

**Подалгебра № 155:** 2, 3, a4 + 5 + 11 + b14.

Инварианты:

$$\frac{x-ta \ln(t)}{t}, u - a \ln(t), v - \ln(t), w, p t^{-b}, \rho t^{-b}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 + a \ln(t), v = i_3 + \ln(t), w = i_4, p = i_5 t^b, \rho = i_6 t^b.$$

Система координат:  $\bar{D}$ .

**Подалгебра № 156:** 2, 3, 4 + 11 + a14.

Инварианты:

$$\frac{x-\ln(t)t}{t}, u - \ln(t), v, w, p t^{-a}, \rho t^{-a}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 + \ln(t), v = i_3, w = i_4, p = i_5 t^a, \rho = i_6 t^a.$$

Система координат:  $\bar{D}$ .

**Подалгебра № 157:** 2, 3, a4 + b5 + 14.

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 = 1, ab \neq 0.$$

Инварианты:

$$t, \frac{ut-x}{t}, \frac{vta-bx}{at}, w, p e^{-\frac{x}{at}}, \rho e^{-\frac{x}{at}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 t + x}{t}, v = \frac{i_3 at + bx}{at}, w = i_4, p = i_5 e^{\frac{x}{at}}, \rho = i_6 e^{\frac{x}{at}}.$$

Система координат:  $\bar{D}$ .

**Подалгебра № 158:** 2, 3, 5 + 14.

Инварианты:

$$t, x, u, w, p e^{-v}, \rho e^{-v}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат:  $\bar{D}$ .

**Подалгебра № 159:** 2, 3, 4 + 14.

Инварианты:

$$t, \frac{ut-x}{t}, v, w, p e^{-\frac{x}{t}}, \rho e^{-\frac{x}{t}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 t + x}{t}, v = i_3, w = i_4, p = i_5 e^{\frac{x}{t}}, \rho = i_6 e^{\frac{x}{t}}.$$

Система координат:  $\bar{D}$ .

**Подалгебра № 160:** 2, 3, 4 + 7 + 10 + a14.

*Инварианты:*

$$x - (1/2)t^2, u - t, R, \Phi - t, \rho e^{-at}, \rho e^{-at}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + t, \Phi = i_4 + t, R = i_3, p = i_5 e^{at}, \rho = i_6 e^{at}.$$

*Система координат:* С.

**Подалгебра № 161:** 2, 3, a4 + 5 + a10 + 14.

*Условия на параметры:*

$$a \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$x - (1/2)t^2, u - t, \frac{va-t}{a}, w, \rho e^{-\frac{t}{a}}, \rho e^{-\frac{t}{a}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + t, v = \frac{i_3 a + t}{a}, w = i_4, p = i_5 e^{\frac{t}{a}}, \rho = i_6 e^{\frac{t}{a}}.$$

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 162:** 2, 3, 4 + 10 + 14.

*Инварианты:*

$$x - (1/2)t^2, u - t, v, w, \rho e^{-t}, \rho e^{-t}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 + t, v = i_3, w = i_4, p = i_5 e^t, \rho = i_6 e^t.$$

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 163:** 2, 3, 5 + 10 + 14.

*Инварианты:*

$$x, u, v - t, w, \rho e^{-t}, \rho e^{-t}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2, v = i_3 + t, w = i_4, p = i_5 e^t, \rho = i_6 e^t.$$

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 164:** 7 + a11, b11 + 13, c11 + 14.

*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 + c^2 \neq 0, a^2 + (1 + b)^2 + c^2 \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$\frac{r}{x}, \frac{ut}{x}, \frac{Rt}{x}, \Phi - \phi, \rho e^{\frac{a\phi}{c} t^{\frac{b}{c}} x^{-\frac{1-b}{c}}}, \rho e^{\frac{a\phi}{c} t^{-\frac{2c+b}{c}} x^{\frac{2c-1-b}{c}}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 x}{t}, \quad \Phi = i_4 + \phi, \quad R = \frac{i_3 x}{t}, \quad p = i_5 e^{-\frac{a\phi}{c} t^{-\frac{b}{c}} x^{\frac{1+b}{c}}},$$

$$\rho = i_6 e^{-\frac{a\phi}{c} t^{\frac{2c-b}{c}} x^{-\frac{2c+1+b}{c}}}.$$

*Система координат:* С.

**Подалгебра № 165:** a1 + 7, b1 + 13, c1 + 14.

*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$r, ut, Rt, \Phi - \phi, \rho e^{-\frac{-x+a\phi}{c} t^{\frac{b}{c}}}, \rho e^{-\frac{-x+a\phi}{c} t^{-\frac{2c+b}{c}}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2}{t}, \quad \Phi = i_4 + \phi, \quad R = \frac{i_3}{t}, \quad p = i_5 e^{\frac{x-a\phi}{c}} t^{-\frac{b}{c}}, \quad \rho = i_6 e^{\frac{x-a\phi}{c}} t^{\frac{2c-b}{c}}.$$

Система координат:  $C$ .

**Подалгебра № 166:**  $11, 7 + a13, b13 + 14$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{r}{x}, \frac{ut}{x}, \frac{Rt}{x}, \Phi - \phi, pt^{-b-1} e^{\frac{a\phi}{b}} x^{b-1}, \rho e^{\frac{a\phi}{b}} t^{-\frac{1-2b}{b}} x^{\frac{1+2b}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 x}{t}, \quad \Phi = i_4 + \phi, \quad R = \frac{i_3 x}{t}, \quad p = i_5 t^{b-1} e^{-\frac{a\phi}{b}} x^{-b-1}, \\ \rho = i_6 e^{-\frac{a\phi}{b}} t^{\frac{1+2b}{b}} x^{-\frac{1-2b}{b}}.$$

Система координат:  $C$ .

**Подалгебра № 167:**  $7 + a10, b10 + 11 - 13, c10 + 14$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1.$$

Инварианты:

$$\frac{r}{x}, \frac{u}{x}, \frac{R}{x}, \Phi - \phi, \rho e^{\frac{-t+a\phi}{c}} x^{\frac{b}{c}}, \rho e^{\frac{-t+a\phi}{c}} x^{\frac{b+2c}{c}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 x, \quad \Phi = i_4 + \phi, \quad R = i_3 x, \quad p = i_5 e^{\frac{t-a\phi}{c}} x^{-\frac{b}{c}}, \quad \rho = i_6 e^{\frac{t-a\phi}{c}} x^{-\frac{b-2c}{c}}.$$

Система координат:  $C$ .

**Подалгебра № 168:**  $11, 13, 7 + a14$ .

Инварианты:

$$\frac{r}{x}, \frac{ut}{x}, \frac{Rt}{x}, \Phi - \phi, \rho e^{-a\phi}, \frac{\rho e^{-a\phi} x^2}{t^2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 x}{t}, \quad \Phi = i_4 + \phi, \quad R = \frac{i_3 x}{t}, \quad p = i_5 e^{a\phi}, \quad \rho = \frac{i_6 t^2 e^{a\phi}}{x^2}.$$

Система координат:  $C$ .

**Подалгебра № 169:**  $11, 13, 14$ .

Инварианты:

$$\frac{vt}{ut-x}, \frac{wt}{ut-x}, \frac{y}{x}, \frac{ut-x}{x}, \frac{z}{x}, \frac{pt^2}{\rho(ut-x)^2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат:  $D$ .

**Подалгебра № 170:**  $4 + 10, 7 + 2a11 - a13, 2b11 - b13 + 14$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$2 \frac{R}{\sqrt{4x-2t^2}}, \quad \phi - \Phi, \quad 2 \frac{r}{2x-t^2}, \quad 2 \frac{u-t}{\sqrt{4x-2t^2}}, \quad \rho e^{\frac{a\phi}{b}} (x - (1/2)t^2)^{-(1/2)b-1}, \\ \rho e^{\frac{a\phi}{b}} (x - (1/2)t^2)^{(1/2)\frac{2b-1}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = 1/2 i_4 \sqrt{4x - 2t^2} + t, \quad R = 1/2 i_1 \sqrt{4x - 2t^2}, \\ \Phi = -i_2 + \phi, \quad p = i_5 e^{\frac{a(i_2-\phi)}{b}} (x - 1/2 t^2)^{1/2 b-1},$$

$$\rho = i_6 e^{\frac{a(i_2 - \phi)}{b}} (x - 1/2 t^2)^{-1/2} \frac{2b-1}{b}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 171:**  $4 + 10, 211 - 13, 7 + a14$ .

Инварианты:

$$2 \frac{R}{\sqrt{4x-2t^2}}, \phi - \Phi, 2 \frac{r}{2x-t^2}, 2 \frac{u-t}{\sqrt{4x-2t^2}}, p e^{-a\Phi}, (1/2) \rho e^{-a\Phi} (2x - t^2).$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = 1/2 i_4 \sqrt{4x - 2t^2} + t, R = 1/2 i_1 \sqrt{4x - 2t^2}, \Phi = -i_2 + \phi, \\ \rho = i_5 e^{a(-i_2 + \phi)}, \rho = 2 \frac{i_6 e^{a(-i_2 + \phi)}}{2x - t^2}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 172:**  $4 + 10, 211 - 13, 14$ .

Инварианты:

$$\frac{v}{u-t}, \frac{w}{u-t}, \frac{z}{y}, (1/2) \frac{2x-t^2}{y}, \frac{y}{(u-t)^2}, \frac{\rho(u-t)^2}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 173:**  $10, 7 + a11 + b13, c11 + d13 + 14$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + c^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{r}{x}, u x^{\frac{d}{c}} e^{\frac{(-ad+cb)\phi}{c}}, R x^{\frac{d}{c}} e^{\frac{(-ad+cb)\phi}{c}}, \Phi - \phi, p x^{-c^{-1}} e^{\frac{a\phi}{c}}, \rho x^{\frac{-2d-1}{c}} e^{\frac{(-2cb+2ad+a)\phi}{c}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 x^{-\frac{d}{c}} e^{\frac{(ad-cb)\phi}{c}}, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3 x^{-\frac{d}{c}} e^{\frac{(ad-cb)\phi}{c}}, p = i_5 x^{c^{-1}} e^{-\frac{a\phi}{c}}, \\ \rho = i_6 x^{\frac{2d+1}{c}} e^{\frac{(2cb-2ad-a)\phi}{c}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 174:**  $10, a11 + 13, b11 + 14$ .

Инварианты:

$$\frac{y}{x}, \frac{z}{x}, \frac{v}{u}, \frac{w}{u}, p x^{-b^{-1}} u^{-\frac{a}{b}}, \rho x^{-b^{-1}} u^{\frac{2b-a}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 175:**  $7, 11 - 13, 14$ .

Инварианты:

$$t, \frac{x}{r}, \frac{u}{r}, \frac{R}{r}, \Phi - \phi, \frac{p}{\rho r^2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: С.

**Подалгебра № 176:**  $7, 13, 14$ .

Инварианты:

$$\Phi - \phi, r, x, tR, \frac{u}{R}, \frac{\rho R^2}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.***Система координат:* С.**Подалгебра № 177:**  $10, 7 + a13, b13 + 14$ .*Инварианты:*

$$x, r, \frac{R}{u}, \Phi - \phi, \rho e^{\frac{a\phi}{b}} u^{b-1}, \rho e^{\frac{a\phi}{b}} u^{\frac{1+2b}{b}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:***ЧИР.***Система координат:* С.**Подалгебра № 178:**  $10, 13, 7 + a14$ .*Инварианты:*

$$x, r, \frac{R}{u}, \Phi - \phi, \rho e^{-a\phi}, \rho u^2 e^{-a\phi}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:***ЧИР.***Система координат:* С.**Подалгебра № 179:**  $10, 13, 14$ .*Инварианты:*

$$x, y, z, \frac{v}{u}, \frac{w}{u}, \frac{\rho u^2}{p}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:***ЧИР.***Система координат:* D.**Подалгебра № 180:**  $10, a1 + 7 + b13, c1 + d13 + 14$ .*Условия на параметры:*

$$a^2 + c^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$r, u e^{\frac{dx - \phi ad + \phi cb}{c}}, R e^{\frac{dx - \phi ad + \phi cb}{c}}, \Phi - \phi, \rho e^{\frac{-x + a\phi}{c}}, \rho e^{\frac{2\phi ad + a\phi - 2\phi cb - 2dx - x}{c}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 e^{\frac{-dx + \phi ad - \phi cb}{c}}, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3 e^{\frac{-dx + \phi ad - \phi cb}{c}}, p = i_5 e^{\frac{x - a\phi}{c}}, \\ \rho = i_6 e^{\frac{-2\phi ad - a\phi + 2\phi cb + 2dx + x}{c}}.$$

*Система координат:* С.**Подалгебра № 181:**  $10, a1 + 13, b1 + 7 + c14$ .*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$r, u e^{\frac{x - \phi b}{a}}, R e^{\frac{x - \phi b}{a}}, \Phi - \phi, \rho e^{-\phi c}, \rho e^{\frac{-2x - \phi ac + 2\phi b}{a}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 e^{\frac{-x + \phi b}{a}}, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3 e^{\frac{-x + \phi b}{a}}, p = i_5 e^{\phi c}, \rho = i_6 e^{\frac{2x + \phi ac - 2\phi b}{a}}.$$

*Система координат:* С.**Подалгебра № 182:**  $10, 1 + 13, a1 + b3 + 14$ .*Условия на параметры:*

$$b \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$y, ue^{\frac{bx-az}{b}}, ve^{\frac{bx-az}{b}}, we^{\frac{bx-az}{b}}, pe^{-\frac{z}{b}}, \rho e^{\frac{-2bx+2az-z}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 e^{\frac{-bx+az}{b}}, v = i_3 e^{\frac{-bx+az}{b}}, w = i_4 e^{\frac{-bx+az}{b}}, p = i_5 e^{\frac{z}{b}}, \rho = i_6 e^{\frac{2bx-2az+z}{b}}.$$

Система координат: D.

$$\text{Подалгебра № 183: } 10, a1 + 13, b1 + 14.$$

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 = 1.$$

Инварианты:

$$y, z, \frac{v}{u}, \frac{w}{u}, pe^{-\frac{x}{b}} u^{-\frac{a}{b}}, \rho e^{-\frac{x}{b}} u^{\frac{2b-a}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

ЧИР.

Система координат: D.

$$\text{Подалгебра № 184: } 3 + 4, 11 - 13, 14.$$

Инварианты:

$$t, \frac{tz-x}{ty}, \frac{ut-x}{ty}, \frac{v}{y}, \frac{w}{y}, \frac{p}{\rho y^2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

ЧИР.

Система координат: D.

$$\text{Подалгебра № 185: } 4, 7 + a11 + b13, c11 + d13 + 14.$$

Условия на параметры:

$$a^2 + c^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{-\phi ad + \ln(r)d + \phi cb - \ln(t)c + c \ln(r)}{-ad + cb}, \frac{ut-x}{r}, \frac{tR}{r}, \frac{-\Phi ad + \ln(r)d + \Phi cb - \ln(t)c + c \ln(r)}{-ad + cb},$$

$$pt^{\frac{a}{-ad+cb}} r^{\frac{-b-a}{-ad+cb}}, \rho t^{\frac{-2cb+2ad+a}{-ad+cb}} r^{\frac{-2ad-a-b+2cb}{-ad+cb}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 r + x}{t}, \Phi = \frac{-i_4 ad + i_4 bc - \ln(r)d + \ln(t)c - c \ln(r)}{-ad + cb}, R = \frac{i_3 r}{t}, p = i_5 t^{\frac{a}{ad-cb}} r^{\frac{b+a}{-ad+cb}},$$

$$\rho = i_6 t^{\frac{2cb-2ad-a}{-ad+cb}} r^{\frac{2ad+a+b-2cb}{-ad+cb}}.$$

Система координат: C.

$$\text{Подалгебра № 186: } 4, 7 + a13, b13 + 14.$$

Инварианты:

$$r, ut - x, Rt, \Phi - \phi, pt^{-b-1} e^{\frac{a\phi}{b}}, \rho e^{\frac{a\phi}{b}} t^{\frac{-1-2b}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 + x}{t}, \Phi = i_4 + \phi, R = \frac{i_3}{t}, p = i_5 t^{b-1} e^{-\frac{a\phi}{b}}, \rho = i_6 e^{-\frac{a\phi}{b}} t^{\frac{1+2b}{b}}.$$

Система координат: C.

$$\text{Подалгебра № 187: } 4, a1 + 7 + b13, c1 + d13 + 14.$$

Условия на параметры:

$$a^2 + c^2 = 1.$$

Инварианты:

$$r, \frac{dut-dx+\phi ad-\phi cb+\ln(t)c}{d}, Rt, \Phi - \phi, pt^{-d-1} e^{\frac{b\phi}{d}}, \rho e^{\frac{b\phi}{d}} t^{\frac{-2d-1}{d}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 d + dx - \phi ad + \phi cb - \ln(t)c}{td}, \quad \Phi = i_4 + \phi, \quad R = \frac{i_3}{t}, \quad p = i_5 t^{d-1} e^{-\frac{b\phi}{d}},$$

$$\rho = i_6 e^{-\frac{b\phi}{d}} t^{\frac{2d+1}{d}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 188:** 4,  $a11 + 13$ ,  $7 + b11 + c14$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{b\phi + \ln(t)a - \ln(r) - a \ln(r)}{b}, \quad \frac{ut-x}{r}, \quad \frac{Rt}{r}, \quad \frac{\Phi b + \ln(t)a - \ln(r) - a \ln(r)}{b}, \quad pt^{\frac{ac}{b}} r^{\frac{(-1-a)c}{b}},$$

$$\rho t^{\frac{ac-2b}{b}} r^{\frac{-ac-c+2b}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 r + x}{t}, \quad \Phi = \frac{i_4 b - \ln(t)a + \ln(r) + a \ln(r)}{b}, \quad R = \frac{i_3 r}{t}, \quad p = i_5 t^{-\frac{ac}{b}} r^{\frac{c(1+a)}{b}},$$

$$\rho = i_6 t^{\frac{-ac+2b}{b}} r^{\frac{ac+c-2b}{b}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 189:** 4,  $a11 + 13$ ,  $b11 + 14$ .

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{z}{y}, \quad \frac{ut-x}{y}, \quad \frac{vt}{y}, \quad \frac{wt}{y}, \quad pt^{\frac{a}{b}} y^{\frac{-1-a}{b}}, \quad \rho t^{\frac{a-2b}{b}} y^{\frac{2b-a-1}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 y + x}{t}, \quad v = \frac{i_3 y}{t}, \quad w = \frac{i_4 y}{t}, \quad p = i_5 t^{-\frac{a}{b}} y^{\frac{1+a}{b}}, \quad \rho = i_6 t^{\frac{-a+2b}{b}} y^{\frac{-2b+a+1}{b}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 190:** 4, 13,  $7 + a14$ .

Инварианты:

$$r, \quad ut - x, \quad Rt, \quad \Phi - \phi, \quad pe^{-a\phi}, \quad \frac{\rho e^{-a\phi}}{t^2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 + x}{t}, \quad \Phi = i_4 + \phi, \quad R = \frac{i_3}{t}, \quad p = i_5 e^{a\phi}, \quad \rho = i_6 t^2 e^{a\phi}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 191:** 4, 13, 14.

Инварианты:

$$ut - x, \quad y, \quad z, \quad \frac{vt}{ut-x}, \quad \frac{wt}{ut-x}, \quad \frac{\rho(ut-x)^2}{pt^2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 192:** 4,  $a1 + 2 + 13$ ,  $b1 + c2 + d3 + 14$ .

Инварианты:

$$\frac{zc - dy + d \ln(t)}{c}, \quad \frac{cut - cx + yb + a \ln(t)c - b \ln(t)}{c}, \quad vt, \quad wt, \quad pe^{-\frac{y}{c}} t^{c-1}, \quad \rho e^{-\frac{y}{c}} t^{\frac{1-2c}{c}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 c + cx - yb - a \ln(t)c + b \ln(t)}{tc}, \quad v = \frac{i_3}{t}, \quad w = \frac{i_4}{t}, \quad p = i_5 e^{\frac{y}{c}} t^{-c-1},$$

$$\rho = i_6 e^{\frac{y}{c}} t^{\frac{-1+2c}{c}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 193:**  $4, a1 + 13, b1 + 7 + c14.$

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 = 1.$$

Инварианты:

$$r, ut - x + \ln(t)a + b\phi, Rt, \Phi - \phi, pe^{-\phi c}, \frac{\rho e^{-\phi c}}{t^2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 + x - \ln(t)a - b\phi}{t}, \Phi = i_4 + \phi, R = \frac{i_3}{t}, p = i_5 e^{\phi c}, \rho = i_6 t^2 e^{\phi c}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 194:**  $4, a1 + 13, b1 + 2 + 14.$

Инварианты:

$$z, ut - x + yb + \ln(t)a, vt, wt, pe^{-y}, \frac{\rho e^{-y}}{t^2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 + x - yb - \ln(t)a}{t}, v = \frac{i_3}{t}, w = \frac{i_4}{t}, p = i_5 e^y, \rho = i_6 t^2 e^y.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 195:**  $4, a1 + 13, b1 + 14.$

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 = 1.$$

Инварианты:

$$y, z, vt, wt, pe^{\frac{ut-x}{b}t^{\frac{a}{b}}}, \rho e^{\frac{ut-x}{b}t^{\frac{a-2b}{b}}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 196:**  $1, 2 + 13, a2 + b3 + 14.$

Инварианты:

$$\frac{az - yb + b \ln(t)}{a}, ut, vt, wt, pe^{-\frac{y}{a}t^{a-1}}, \rho e^{-\frac{y}{a}t^{\frac{-2a+1}{a}}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2}{t}, v = \frac{i_3}{t}, w = \frac{i_4}{t}, p = i_5 e^{\frac{y}{a}t^{-a-1}}, \rho = i_6 e^{\frac{y}{a}t^{\frac{2a-1}{a}}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 197:**  $1, 7 + a11 + b13, c11 + d13 + 14.$

Условия на параметры:

$$b^2 + d^2 \neq 0, (a + b)^2 + (d + c)^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{\phi ad - \ln(q)d - \phi cb + c \ln(t) - c \ln(q)}{ad - cb}, \frac{ut}{q}, \frac{tQ}{q}, \frac{\Phi ad - \ln(q)d - \Phi cb + c \ln(t) - c \ln(q)}{ad - cb},$$

$$pt^{\frac{a}{-ad+cb}} q^{\frac{a+b}{ad-cb}}, \rho t^{\frac{-a-2ad+2cb}{ad-cb}} q^{\frac{2ad+a+b-2cb}{ad-cb}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 q}{t}, \Phi = \frac{-i_4 ad + i_4 bc - \ln(q)d + c \ln(t) - c \ln(q)}{-ad + cb}, Q = \frac{i_3 q}{t},$$

$$p = i_5 t^{\frac{a}{ad-cb}} q^{\frac{a+b}{-ad+cb}}, \rho = i_6 t^{\frac{-a-2ad+2cb}{-ad+cb}} q^{\frac{2ad+a+b-2cb}{-ad+cb}}.$$

Система координат:  $C_{56}$ .

**Подалгебра № 198:**  $1, 7 + a11 - a13, b11 - b13 + 14.$

Условия на параметры:



$$a^2 + b^2 \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$t, \frac{u}{r}, \frac{R}{r}, \Phi - \phi, \rho e^{\frac{\phi a}{b}} r^{-b-1}, \rho e^{\frac{\phi a}{b}} r^{\frac{2b-1}{b}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 r, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3 r, p = i_5 e^{-\frac{\phi a}{b}} r^{b-1}, \rho = i_6 e^{-\frac{\phi a}{b}} r^{\frac{1-2b}{b}}.$$

*Система координат:* С.

**Подалгебра № 199:** 1, 7 + a10 + b11 - b13, c10 + d11 - d13 + 14.

*Условия на параметры:*

$$a^2 + c^2 = 1, b^2 + d^2 \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$\frac{-c \ln(r) - \phi ad + \phi cb + dt}{-ad + cb}, \frac{u}{r}, \frac{R}{r}, \frac{-c \ln(r) - \Phi ad + \Phi cb + dt}{-ad + cb}, \rho e^{\frac{bt}{ad - cb}} r^{\frac{a}{-ad + cb}}, \rho e^{\frac{bt}{ad - cb}} r^{\frac{-2ad + a + 2cb}{-ad + cb}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 r, \Phi = \frac{i_4 ad - i_4 bc - c \ln(r) + dt}{ad - cb}, R = i_3 r, p = i_5 e^{\frac{bt}{-ad + cb}} r^{\frac{a}{ad - cb}}, \rho = i_6 e^{\frac{bt}{-ad + cb}} r^{\frac{-2ad + a + 2cb}{ad - cb}}.$$

*Система координат:* С.

**Подалгебра № 200:** 1, a10 + 11 - 13, 7 + b10 + c14.

*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$\frac{b\phi - t + a \ln(r)}{b}, \frac{u}{r}, \frac{R}{r}, \frac{\Phi b - t + a \ln(r)}{b}, \rho e^{-\frac{ct}{b}} r^{\frac{ac}{b}}, \rho e^{-\frac{ct}{b}} r^{\frac{ac + 2b}{b}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 r, \Phi = \frac{i_4 b + t - a \ln(r)}{b}, R = i_3 r, p = i_5 e^{\frac{ct}{b}} r^{-\frac{ac}{b}}, \rho = i_6 e^{\frac{ct}{b}} r^{\frac{-ac - 2b}{b}}.$$

*Система координат:* С.

**Подалгебра № 201:** 1, a10 + 11 - 13, b10 + 14.

*Условия на параметры:*

$$a^2 + b^2 = 1.$$

*Инварианты:*

$$\frac{z}{y}, \frac{u}{y}, \frac{v}{y}, \frac{w}{y}, \rho e^{-\frac{t}{b}} y^{\frac{a}{b}}, \rho e^{-\frac{t}{b}} y^{\frac{2b+a}{b}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = i_2 y, v = i_3 y, w = i_4 y, p = i_5 e^{\frac{t}{b}} y^{-\frac{a}{b}}, \rho = i_6 e^{\frac{t}{b}} y^{\frac{-2b-a}{b}}.$$

*Система координат:* D.

**Подалгебра № 202:** 1, a11 + 13, 7 + b11 + c14.

*Условия на параметры:*

$$(1 + a)^2 + b^2 \neq 0.$$

*Инварианты:*

$$\frac{\phi b + \ln(t)a - \ln(r) - a \ln(r)}{b}, \frac{ut}{r}, \frac{Rt}{r}, \frac{\Phi b + \ln(t)a - \ln(r) - a \ln(r)}{b}, \rho t^{\frac{ac}{b}} r^{\frac{(-1-a)c}{b}}, \rho t^{\frac{ac - 2b}{b}} r^{\frac{-ac - c + 2b}{b}}.$$

*Выражение зависимых переменных через инварианты:*

$$u = \frac{i_2 r}{t}, \Phi = \frac{i_4 b - \ln(t)a + \ln(r) + a \ln(r)}{b}, R = \frac{i_3 r}{t}, p = i_5 t^{-\frac{ac}{b}} r^{\frac{c(1+a)}{b}},$$

$$\rho = i_6 t^{-\frac{-ac+2b}{b}} r^{\frac{ac+c-2b}{b}}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 203:** 1, 11 – 13, 7 + a14.

Инварианты:

$$t, \frac{u}{r}, \frac{R}{r}, \Phi - \phi, p e^{-a\phi}, \rho e^{-a\phi} r^2.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = i_2 r, \Phi = i_4 + \phi, R = i_3 r, p = i_5 e^{a\phi}, \rho = \frac{i_6 e^{a\phi}}{r^2}.$$

Система координат: С.

**Подалгебра № 204:** 1, a11 + 13, b11 + 14.

Условия на параметры:

$$a^2 + b^2 \neq 0, (1 + a)^2 + b^2 \neq 0.$$

Инварианты:

$$\frac{z}{y}, \frac{ut}{y}, \frac{vt}{y}, \frac{wt}{y}, p t^{\frac{a}{b}} y^{-\frac{1-a}{b}}, \rho t^{-\frac{2b+a}{b}} y^{\frac{2b-a-1}{b}}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2 y}{t}, v = \frac{i_3 y}{t}, w = \frac{i_4 y}{t}, p = i_5 t^{-\frac{a}{b}} y^{\frac{1+a}{b}}, \rho = i_6 t^{-\frac{-a+2b}{b}} y^{\frac{-2b+a+1}{b}}.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 205:** 1, 11 – 13, 14.

Инварианты:

$$t, \frac{z}{y}, \frac{u}{y}, \frac{v}{y}, \frac{w}{y}, \frac{\rho y^2}{p}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

**Подалгебра № 206:** 1, 13, 2 + 14.

Инварианты:

$$z, ut, vt, wt, p e^{-y}, \frac{\rho e^{-y}}{t^2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

$$u = \frac{i_2}{t}, v = \frac{i_3}{t}, w = \frac{i_4}{t}, p = i_5 e^y, \rho = i_6 t^2 e^y.$$

Система координат: D.

**Подалгебра № 207:** 1, 13, 14.

Инварианты:

$$y, z, ut, vt, wt, \frac{\rho}{pt^2}.$$

Выражение зависимых переменных через инварианты:

**ЧИР.**

Система координат: D.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Л.В. Овсянников *Лекции по основам газовой динамики*, М.: Наука, 1981.
- [2] Л.В. Овсянников, *Групповой анализ дифференциальных уравнений*, М.: Наука, 1978.
- [3] С.В. Головин, *Оптимальная система подалгебр для алгебры Ли операторов, допускаемых уравнениями газовой динамики в случае политропного газа*, Препринт РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики, № 5-96.

- [4] А.П. Чупахин, *Баротронные движения газа: общие свойства и подмодели типов (1,2) и (1,1)*, Препринт РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики, № 4-98.
- [5] Л.В. Овсянников *Особый вихрь*, ПМТФ, **36**: 3 (1995), 45–52.
- [6] А.А. Черевко, А.П. Чупахин, *Стационарный вихрь Овсянникова* Препр./ СО РАН, Ин-т гидродинамики, № 1, 2005.

Александр Александрович Черевко  
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,  
пр. академика Лаврентьева 15,  
630090, Новосибирск, Россия  
E-mail address: [cherevko@mail.ru](mailto:cherevko@mail.ru)