S©MR ISSN 1813-3304

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports

http://semr.math.nsc.ru

Том 7, стр. 155–161 (2010) УДК 519.17, 512.54

MSC 20B15

ГРАФ С ПАРАМЕТРАМИ (243,66,9,21) НЕ ЯВЛЯЕТСЯ РЕБЕРНО СИММЕТРИЧНЫМ

А. А. ТОКБАЕВА

Abstract. The early possible usages and subgraphs of motionless points of automorphisms of strongly regular graphs with parameters (243,66,9,21) have been found. In this work it is proved that this graphs is not rid symmetric.

Keywords: strongly regular graphs, group of automorphisms.

Мы рассматриваем неориентированные графы без петель и кратных ребер. Для вершины a графа Γ через $\Gamma_i(a)$ обозначим подграф, индуцированный Γ на множестве всех вершин, находящихся на расстоянии i от a. Подграф $[a] = \Gamma_1(a)$ называется *окрестностью вершины* a. Для подмножества вершин S графа Γ через $\Gamma(S)$ обозначим $\cap_{a\in S}([a] - S)$.

Через k_a обозначим *степень вершины* a, т.е. число вершин в $[a]$. Граф Γ называется *регулярным степени* k, если $k_a = k$ для любой вершины a из Γ. Граф Γ называется *сильно регулярным с параметрами* (v, k, λ, μ), если Γ — регулярный граф степени k на v вершинах, в котором каждое ребро лежит точно в λ треугольниках и для любых двух несмежных вершин a, b верно равенство $|[a] \cap [b]| = \mu$.

Через $K_{m\times n}$ обозначим полный двудольный граф с m долями порядка n. Граф на множестве пар $X\times Y$ называется *$p\times q$-решеткой*, если $|X| = p$, $|Y| = q$, а пары (x_1, y_1) и (x_2, y_2) смежны тогда и только тогда, когда $x_1 = x_2$ или $y_1 = y_2$.

Если вершины u, w находятся на расстоянии i в Γ, то через $b_i(u, w)$ (через $c_i(u, w)$) обозначим число вершин в пересечении $\Gamma_{i+1}(u)$ ($\Gamma_{i-1}(u)$) с $\Gamma(w)$. Граф

Tokbaeva, A.A., Strongly regular graphs with parameters (243,66,9,21) is not edge symmetric.

Работа поддержана РФФИ (грант 08-01-00009).

Поступила 5 июня 2010 г., опубликована 2 августа 2010 г.

Γ диаметра d называется *дистанционно регулярным с массивом пересечений* $\{b_0, b_1, \ldots, b_{d-1}; c_1, \ldots, c_d\}$, если значения $b_i(u,w)$ и $c_i(u,w)$ не зависят от выбора вершин u, w на расстоянии i в Γ для любого $i = 0, ..., d$. Заметим, что для дистанционно регулярного графа b_0 — это степень графа, $c_1 = 1$, через k_i обозначается $|\Gamma_i(u)|$ и $a_i = k - b_i - c_i$. Далее, дистанционно регулярный граф диаметра 2 является сильно регулярным с $\mu > 0$.

В работе [1] найдены возможные порядки и подграфы неподвижных точек автоморфизмов сильно регулярного графа с параметрами (243,66,9,21).

Предложение. *Пусть* Γ *является сильно регулярным графом с параметрами* $(243, 66, 9, 21)$*,* g *— автоморфизм простого порядка* p *графа* Γ*,* $\Omega = \mathrm{Fix}(g)$*. Тогда выполняется одно из следующих утверждений:*

(1) Ω *— пустой граф,* $p = 3$ *и* $\alpha_1(g)$ *сравнимо с* 27 *по модулю* 54*;*

(2) Ω *является одновершинным графом,* $p = 11$ *и* $\alpha_1(g) = 66$*;*

(3) Ω *является* m*-кокликой,* $m = 3t \geq 2$*,* $1 \leq t \leq 14$*,* $p = 3$ *и* $\alpha_1(g) - 9t$ *сравнимо с* 27 *по модулю* 54*;*

(4) Ω *— объединение трех изолированных клик порядка* 4*,* $p = 7$ *и* $\alpha_1(g) = 63$*;*

(5) $p = 5$ *и либо*

(*i*) Ω *является* $K_{4\times 2}$*-подграфом,* $\alpha_1(g) \in \{15, 105\}$*, либо*

(*ii*) $|\Omega| = 28$ *и* $\alpha_1(g) = 75$*, либо*

(*iii*) $|\Omega| = 33$ *и* $\alpha_1(g) = 0$*, либо*

(*iv*) $|\Omega| = 38$ *и* $\alpha_1(g) = 15$*;*

(6) $p = 3$*,* $|\Omega| = 3t$*,* $\alpha_1(g)/18 - (t+3)/2$ *делится на* 3 *и* $2 \leq t \leq 24$ *или* $t \in \{27, 33\}$*;*

(7) $p = 2$ *и либо*

(*i*) $\alpha_1(g) = 0$*,* $|\Omega|$ *делится на* 3 *и* $|\Omega| \leq 93$*, либо*

(*ii*) $\alpha_1(g) \neq 0$*,* $|\Omega| = 2t+1 \leq 75$ *и* $3 - 3t + \alpha_1(g)$ *делится на* 36 *или* $|\Omega| = 107$ *и* $\alpha_1(g) = 24$.

В данной работе доказано, что группа автоморфизмов сильно регулярного графа с параметрами $(243, 66, 9, 21)$ действует интранзитивно на множестве ребер графа Γ.

Теорема. *Пусть* Γ *является сильно регулярным графом с параметрами* $(243, 66, 9, 21)$*. Тогда группа* $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$ *действует интранзитивно на множестве ребер графа* Γ*.*

Приведем два вспомогательных утверждения.

Лемма 1. *Пусть* G *— группа подстановок, действующая на конечном множестве* Ω *и* p *— простое число. Если для любого* $\alpha \in \Omega$ *подгруппа* G_α *содержит такую* p*-подгруппу* X_α*, что* $\mathrm{Fix}(X_\alpha) = \{\alpha\}$*, то* G *транзитивна на* Ω*.*

Доказательство. Пусть α, β — две точки из Ω. По условию длина каждой X_α-орбиты, отличной от $\{\alpha\}$, делится на p. Аналогично, длина каждой X_β-орбиты, отличной от $\{\beta\}$, делится на p.

Положим $H = \langle X_\alpha, X_\beta \rangle$. Тогда каждая H-орбита является объединением X_α-орбит, поэтому длина каждой H-орбиты, отличной от α^H, делится на p. Аналогично, длина каждой H-орбиты, отличной от β^H, делится на p, поэтому α и β лежат в одной H-орбите.

Таким образом, группа $H = \langle X_\alpha \mid \alpha \in \Omega \rangle$ транзитивна на Ω. □

Лемма 2. *Пусть* Γ *является дистанционно регулярным графом с* i*-м целочисленным собственным значением* θ_i*,* χ_i *— характер проекции* ψ_{W_i} *мономиального представления группы* $\mathrm{Aut}(\Gamma)$ *на подпространство* W_i *размерности* m_i*, порожденное собственными векторами матрицы смежности графа* Γ*, отвечающими* θ_i*. Если* g *— элемент из* G *порядка* p^2*,* p *— простое число, то* p^2 *делит* $m_i - \chi_i(g^p)$ *и* p *делит* $\chi_i(g^p) - \chi_i(g)$*.*

Доказательство. Пусть $|g| = p^2$. Из [2] следует, что система уравнений

$$\begin{cases} n_1 + & (p-1)\cdot n_2 + & (p^2-p)\cdot n_3 & = m_i \\ n_1 + & (p-1)\cdot n_2 - & p\cdot n_3 & = \chi_i(g^p) \\ n_1 - & n_2 & & = \chi_i(g) \end{cases}$$

имеет решение в неотрицательных целых числах относительно n_1, n_2, n_3.

Существование целочисленного решения этой системы уравнеий равносильно выполнению следующих условий:

p^2 делит $m_i - \chi_i(g^p)$ и p делит $\chi_i(g^p) - \chi_i(g)$. Лемма доказана. □

Пусть Γ является сильно регулярным графом с параметрами (243,66,9,21) и $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$. Ввиду предложения $\pi(G) \subseteq \{2, 3, 5, 7, 11\}$.

Лемма 3. *Пусть* g *— элемент простого порядка* p *из* G*. Тогда выполняются следующие утверждения:*

(1) *порядок клики в* Γ *не больше* 4 *и порядок коклики в* Γ *не больше* 44*;*

(2) *если* Γ *содержит регулярный подграф* Δ *степени* d *на* w *вершинах, то* $-15 \le d-(66-d)w/(243-w) \le 3$*, причем в случае равенства каждая вершина из* $\Gamma - \Delta$ *смежна точно с* $(66-d)w/(243-w)$ *вершинами из* Δ*;*

(3) *значение характера, полученного при проектировании мономиального представления на подпространство размерности* 44*, на элементе* g *равно* $\chi_2(g) = (3\alpha_0(g) - \alpha_1(g))/18 + 7/2$ *и* $44 - \chi_2(g)$ *делится на* p*.*

Доказательство. Это лемма 1.3 из [1]. □

Лемма 4. *Пусть* G *содержит элемент* g *порядка* 11 *и* $\mathrm{Fix}(g) = \{a\}$*. Если* $C_G(g)$ *содержит элемент* f *простого порядка* p*, то выполняется одно из утверждений:*

(1) $p = 2$*,* $|\mathrm{Fix}(f)| = 23$ *и* $\alpha_1(f) = 66$ *или* $|\mathrm{Fix}(f)| = 67$ *и* $\alpha_1(f) = 132$*;*

(2) $p = 3$*,* $|\mathrm{Fix}(f)| = 45$ *и* $\alpha_1(f) \in \{0, 54, 108, 162\}$*.*

Доказательство. Заметим, что $a \in \mathrm{Fix}(f)$ и $|\mathrm{Fix}(f)| - 1$ делится на 11.

Из предложения (1) следует, что $p \in \{2, 3, 7\}$. Но в случае $p = 7$ подграф $\mathrm{Fix}(f)$ является объединением трех изолированных 4-клик и не допускает автоморфизм порядка 11.

В случае $p = 2$ имеем $|\mathrm{Fix}(f)| \in \{23, 45, 67, 89\}$. Если $|\mathrm{Fix}(f)| = 23$, то $\alpha_1(f) - 30$ делится на 36, поэтому $\alpha_1(f) = 66$. Если $|\mathrm{Fix}(f)| = 45$, то $\alpha_1(f) - 63$ делится на 36, противоречие. Если $|\mathrm{Fix}(f)| = 67$, то $\alpha_1(f) - 96$ делится на 36, поэтому $\alpha_1(f) = 132$. Если $|\mathrm{Fix}(f)| = 89$, то $\alpha_1(f) - 129$ делится на 36, противоречие.

В случае $p = 3$ либо $\mathrm{Fix}(f)$ является кокликой и $|\mathrm{Fix}(f)| = 12$, либо $\mathrm{Fix}(f)$ не является кокликой и $|\mathrm{Fix}(f)| \in \{12, 45\}$. Если $|\mathrm{Fix}(f)| = 12$, то $\alpha_1(f) - 9$ делится на 54, противоречие. Если $|\mathrm{Fix}(f)| = 45$, то $\alpha_1(f) \in \{0, 54, 108, 162\}$. □

Лемма 5. *Пусть G содержит элемент g порядка 7. Тогда $|G|$ не делится на 49 и если $C_G(g)$ содержит элемент f простого поряда $p \le 5$, то выполняется одно из следующих утверждений:*

(1) *$p = 3$ и либо*

(*i*) *f переставляет максимальные клики из $\mathrm{Fix}(g)$, $|\mathrm{Fix}(f)| = 0$ и $\alpha_1(f) = 189$ или $|\mathrm{Fix}(f)| = 63$ и $\alpha_1(f) = 0$, либо*

(*ii*) *f фиксирует максимальные клики из $\mathrm{Fix}(g)$, $\mathrm{Fix}(f)$ является 3-кокликой и $\alpha_1(f) = 198$ или $\mathrm{Fix}(f)$ содержит $\mathrm{Fix}(g)$, $|\mathrm{Fix}(f)| = 54$ и $\alpha_1(f) = 189$;*

(2) *$p = 2$, $|\mathrm{Fix}(f) \cap \mathrm{Fix}(g)| = 2s$ и либо*

(*i*) *f переставляет две максимальные клики из $\mathrm{Fix}(g)$, $\alpha_1(f) = 0$, $s = 2$ и $|\mathrm{Fix}(f)| \in \{39, 81\}$ или $|\mathrm{Fix}(f)| = 2t + 1 \le 75$, $\alpha_1(f) = 36r + 3t - 3$ и $t - s - 3$ делится на 7, либо*

(*ii*) *f фиксирует каждую максимальную клику из $\mathrm{Fix}(g)$, $\alpha_1(f) = 0$, $s = 6$ и $|\mathrm{Fix}(f)| \in \{33, 75\}$ или $|\mathrm{Fix}(f)| = 2t + 1 \le 75$, $\alpha_1(f) = 36r + 3t - 3$ и $t + s - 2$ делится на 7.*

Доказательство. Ввиду предложения $\mathrm{Fix}(g)$ — объединение трех изолированных 4-клик. Если g лежит в подгруппе U порядка 49, то $\mathrm{Fix}(U) = \mathrm{Fix}(g)$. Противоречие с действием U на $[b] \cap [c]$ для смежных вершин b, c из $\mathrm{Fix}(g)$. Утверждение (1) доказано.

Пусть $C_G(g)$ содержит элемент f простого поряда $p \le 5$. Если $p = 5$, то $\mathrm{Fix}(f)$ содержится в $\mathrm{Fix}(g)$. Так как $|\mathrm{Fix}(f)| - |\mathrm{Fix}(g)|$ делится на 7, то ввиду предложения имеем $|\mathrm{Fix}(f)| = 33$ и $\alpha_1(f) = 0$. Из действия gf на $[b] \cap [c]$ для двух несмежных вершин b, c из $\mathrm{Fix}(g)$ заключаем, что $[b] \cap [c] \subset \mathrm{Fix}(f)$, противоречие.

Пусть $p = 3$. Тогда $|\mathrm{Fix}(f)| = 3t$, $\alpha_1(f)/18 - (t + 3)/2$ делится на 3 и $1 \le t \le 24$ или $t \in \{27, 33\}$. Если f переставляет максимальные клики из $\mathrm{Fix}(g)$, то $|\mathrm{Fix}(f)| \in \{0, 21, 42, 63\}$ и $\alpha_1(f)$ делится на 7. Отсюда $|\mathrm{Fix}(f)| = 0$ и $\alpha_1(f) = 189$ или $|\mathrm{Fix}(f)| = 63$ и $\alpha_1(f) = 0$.

Пусть f фиксирует максимальные клики из $\mathrm{Fix}(g)$. Тогда $\mathrm{Fix}(f)$ содержит 1 или 4 вершины в каждой максимальной клике из $\mathrm{Fix}(g)$. Если $\mathrm{Fix}(g) \cap \mathrm{Fix}(f)$ является кокликой, то ввиду предложения имеем $|\mathrm{Fix}(f)| = 21r + 3$, $\alpha_1(f) = 54s + 9(7r + 4)$ и $\alpha_1(f) - 9$ делится на 7. Поэтому $s = 3$, $r = 0$ и $\alpha_1(f) = 189$.

Пусть $\mathrm{Fix}(f)$ содержит 4-клику $L = \{a_1, ..., a_4\}$ из $\mathrm{Fix}(f)$, X_i — множество вершин из $\Gamma - L$, смежных точно с i вершинами из L, $x_i = |X_i|$. Тогда $x_0 = 29 - x_3$, $x_1 = 168 + 3x_3$, $x_2 = 42 - 3x_3$, поэтому $x_3 \le 14$. Далее, число вершин, смежных с данной тройкой вершин из L, сравнимо с 1 по модулю 7. Поэтому L содержит по крайней мере три тройки вершин, не попадающие в окрестности вершин из $\Gamma - L$. Из действия gf на $[a_i] \cap [a_j]$ заключаем, что $[a_i] \cap [a_j] \subset \mathrm{Fix}(f)$. Допустим, что $\mathrm{Fix}(g) - \mathrm{Fix}(f)$ содержит вершину u. Тогда u попадает в 4-клику M из $\mathrm{Fix}(g)$ и число 2-путей с началом в u и концом в L равно 84. Если $x_3 = 0$, то $\mathrm{Fix}(f)$ содержит 42 вершины из X_2, противоречие с тем, что $[u]$ содержит не менее 21 вершин из X_2. Значит, $x_3 = 7$, $x_2 = 21$ и $[u]$ содержит X_3. Для вершины $b \in M \cap \mathrm{Fix}(f)$ подграф $[b]$ содержит X_2. Без ограничения общности, $X_3 \subset [a_1] \cap [a_2] \cap [a_3]$. Тогда $[a_4]$ содержит 3 вершины из L и по 21 вершин из $[u^{f^i}] \cap X_1$, противоречие.

Итак, если $\mathrm{Fix}(f)$ содержит смежные вершины из $\mathrm{Fix}(f)$, то $\mathrm{Fix}(g)$ содержится в $\mathrm{Fix}(f)$. Так как число $|\mathrm{Fix}(f)| - 12$ делится на 7, то $|\mathrm{Fix}(f)| = 54$, $\alpha_1(f)/18 - 21/2$ делится на 3 и $\alpha_1(f)$ делится на 7, поэтому $\alpha_1(f) = 189$.

Пусть $p = 2$ и $|\mathrm{Fix}(f) \cap \mathrm{Fix}(g)| = 2s$. Тогда $|\mathrm{Fix}(f)| - 2s$ делится на 7. Если f переставляет две максимальные клики из $\mathrm{Fix}(g)$, то $\alpha_1(f) + 2s - 4$ делится на 7. Если же f фиксирует каждую максимальную клику из $\mathrm{Fix}(g)$, то $\alpha_1(f) + 2s - 12$ делится на 7.

В случае $\alpha_1(f) = 0$ имеем $s = 2$ в первом случае и $s = 6$ во втором. Далее, $|\mathrm{Fix}(f)| = 7r + 2s$ делится на 3, поэтому $|\mathrm{Fix}(f)| \in \{39, 81\}$ в первом случае и $|\mathrm{Fix}(f)| \in \{33, 75\}$ во втором.

Пусть $\alpha_1(f) \neq 0$. Если $|\mathrm{Fix}(f)| = 107$ и $\alpha_1(g) = 24$, то $s = 1$ и выполняется второй случай. Если $|\Omega| = 2t + 1 \leq 75$ и $\alpha_1(f) = 36r + 3t - 3$, то $t - s - 3$ делится на 7 в первом случае и $t + s - 2$ делится на 7 во втором. $\square$

Лемма 6. $|G|$ *не делится на* 25.

Доказательство. Пусть g — элемент порядка 5 из G, $\Omega = \mathrm{Fix}(g)$. Ввиду предложения либо

(i) Ω является $K_{4\times 2}$-подграфом, $\alpha_1(g) \in \{15, 105\}$, либо

(ii) $|\Omega| = 28$ и $\alpha_1(g) = 75$, либо

(iii) $|\Omega| = 33$ и $\alpha_1(g) = 0$, либо

(iv) $|\Omega| = 38$ и $\alpha_1(g) = 15$.

Предположим, что g лежит в подгруппе U порядка 25. Тогда число $|\mathrm{Fix}(W)|$ сравнимо с 3 по модулю 5. Для смежных вершин $b, c \in \mathrm{Fix}(U)$ подграф $[b] \cap [c]$ содержит 4 или 9 вершин из $\mathrm{Fix}(U)$.

В случае (i) имеем $\mathrm{Fix}(U) = \mathrm{Fix}(g)$. Противоречие с действием U на $[b] \cap [c]$ для смежных вершин b, c из $\mathrm{Fix}(g)$.

Если U — циклическая группа, то выполняется один из случаев (ii) или (iii). В случае (ii) имеем $\chi_2(g) = 4$. В случае (iii) имеем $\chi_2(g) = 9$. В любом случае получили противоречие с тем, что по лемме 1 число $44 - \chi_2(g)$ делится на 25.

Значит, U — элементарная абелева группа.

Пусть W — трехвершинный подграф из $\mathrm{Fix}(W)$, Y_i — множество вершин из $\Gamma - U$, смежных точно с i вершинами из W, $y_i = |Y_i|$. По лемме 1.4 из [1] число $y_0 + y_3$ равно 105, если W является кокликой, равно 72, если W является кликой, равно 84, если W является 2-путем, равно 95, если W — объединение изолированной вершины и ребра.

Допустим, что W является кликой. Тогда число $|\mathrm{Fix}(W)|$ сравнимо с $y_3 + 3(3 - y_3) + 3(3 + y_3) + 2 - y_3$ по модулю 5, противоречие. Допустим, что W является кокликой. Тогда число $|\mathrm{Fix}(W)|$ сравнимо с $y_3 + 3(1 - y_3) + 3(4 + y_3) - y_3$ по модулю 5, противоречие. Допустим, что W является 2-путем. Тогда число $|\mathrm{Fix}(W)|$ сравнимо с $y_3 + (8 - 3y_3) + 3(1 + y_3) + 4 - y_3$ по модулю 5, противоречие. Допустим, что W является объединением изолированной вершины и ребра. Тогда число $|\mathrm{Fix}(W)|$ сравнимо с $y_3 + (6 - 3y_3) + (4 + 3y_3) - y_3$ по модулю 5, противоречие. Лемма доказана. $\square$

Предположим, что группа G действует транзитивно на множестве ребер графа Γ. Так как Γ — не двудольный граф, то Γ — вершинно симметричный граф. Зафиксируем вершину a графа Γ и пусть $H = G_a$ — стабилизатор вершины a в группе G. Тогда $|G| = 2^l \cdot 3^m \cdot 5^\epsilon \cdot 7^\delta \cdot 11$, $\epsilon, \delta \in \{0, 1\}$, $|G : H| = 243$. Пусть g — элемент порядка 11 из H, T — цоколь группы G и F — поточечный стабилизатор ребра $\{a, b\}$ графа Γ.

Лемма 7. *G — расширение элементарной абелевой группы T порядка 3^5 с помощью M_{11}.*

Доказательство. Пусть N — минимальная нормальная подгруппа из G. Допустим, что N является p-подгруппой для некоторого простого числа $p \neq 3$. Тогда порядок любой N-орбиты на множестве вершин графа Ω равен 1 или делится на p. Так как число вершин в Γ равно 243, то порядок некоторой N-орбиты на множестве вершин графа Ω равен 1. Противоречие с транзитивностью G на множестве вершин графа Γ.

Теперь T — элементарная абелева группа порядка 3^5 или простая неабелева группа.

Если T — элементарная абелева группа порядка 3^5, то H — подгруппа из $\mathbf{Z_4} \times L_5(3)$, ввиду леммы 4 группа H содержится в $L_5(3)$ и $C_G(g) = \langle g \rangle$. Теперь ввиду [3] группа H изоморфна M_{11}.

Пусть T — простая неабелева группа. Тогда T содержит подгруппу $H \cap T$ индекса 3^5.

Если X — группа лиева типа, содержащая такую подгруппу K, что $|X : K| = r^l$, r — простое число, то по [4] верно одно из утверждений:

(1) $X = L_m(q)$, $m > 2$, m — простое число, $r^l = (q^m - 1)/(q - 1)$, K — стабилизатор прямой или гиперплоскости;

(2) $X = L_2(5) \simeq l_2(4)$, $r^l = 5$;

(3) $X = L_2(11)$, $r^l = 11$, $K \simeq A_5$;

(4) $X = U_4(2) \simeq PSp_4(3)$, $r^l = 27$, K — параболическая подгруппа.

Если $T = X$, то выполняется утверждение (1) и либо $m = 3$, $q = 2^n \leq 8$, либо $m = 5$, $q = 2$. В любом случае имеем противоречие.

Так как $|G| = 2^l \cdot 3^m \cdot 5^\epsilon \cdot 7^\delta \cdot 11$, то ввиду [5] группа T не является спорадической. Если T — знакопеременная группа A_n, то $n \geq 11$, противоречие с леммой 6. Лемма доказана. □

Завершим доказательство теоремы. По лемме 7 группа G — расширение элементарной абелевой группы T порядка 3^5 с помощью M_{11}, поэтому $H \simeq M_{11}$ и $|H : F| = 66$. Значит, F — подгруппа из M_{10} индекса 6 и F содержит подгруппу индекса 2, изоморфную A_5. Но тогда $F \simeq S_5$, противоречие с тем, что все инволюции из M_{10} содержатся в подгруппе индекса 2 из M_{10}. Теорема доказана.

Список литературы

[1] Махнев А.А., Токбаева А.А., *Об автоморфизмах сильно регулярного графа с параметрами (243,66,9,21)*, Труды VIII Международной школы-конференции по теории групп. Нальчик 2010, 89–92.

[2] Macay M., Siran J., *Search for properties of the missing Moore graph*, Linear Algebra and its Appl. **432** (2009), 2381–2398.

[3] Di Martino L., Wagner A., *The irreducible subgroups of $PSL(5, q)$, q is odd*, Result Math., **2**: 1 (1979), 54–61.

[4] Guralnik R.M., *Subgroups of prime power index in a simple group*, J. Algebra **81**: 2 (1983), 304–311.

[5] Conway J.H., Curtis R.T., Norton S.P., Parker R.A., Wilson R.A., *Atlas of finite group*, Clarendon Press. Oxford 1985, 252 p.

Альбина Аниуаровна Токбаева
Институт математики и механики УрО РАН,
ул. С. Ковалевской, 16,
620000, Екатеринбург, Россия
E-mail address: tok2506@mail.ru