

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ  
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports

<http://semr.math.nsc.ru>

---

Том 9, стр. А.1–А.6 (2012)

УДК 51:33  
MSC 01A70

ИДЕИ КАНТОРОВИЧА И  
СОВРЕМЕННОСТЬ

С. С. КУТАТЕЛАДЗЕ

ABSTRACT. This is a short tribute to Leonid V. Kantorovich on the occasion of the centenary of his birth.



---

KUTATELADZE, S.S., KANTOROVICH'S IDEAS AND THE PRESENT DAY.

© 2011 КУТАТЕЛАДЗЕ С. С.

Поступила 18 января 2012 г., опубликована 24 января 2012 г.

### ПУБЛИКА И ГЕНИЙ

Публика часто ведет себя в стиле Элочки-людоедки, балдеет от «шанхайских тигров» — внешних признаков гламура и успеха. Канторович отвечает примитивным запросам толпы — вундеркинд, профессор в 20 лет, академик по математике и лауреат Нобелевской премии по экономике. Между тем, человечество знавало немало дутых авторитетов и сдувшихся вундеркиндов, обласканных властью и коллегами, но заметного вклада в культуру не внесших.

В памяти поколений остаются люди, чей вклад мы помним (Евклид, Буанаротти, Менделеев), и люди, выделяющиеся необычными поворотами своей судьбы (Бруно, Таксиль, Вавилов). Канторович достоин памяти как за свои научные идеи, так и за примеры построения собственной жизненной линии.

Гений — человек, обладающий исключительными умственными способностями и оригинальностью. Канторович отвечал этому определению.

### ДОСТИЖЕНИЯ И ИДЕИ

Научный вклад Леонида Витальевича Канторовича (1912–1986) относится к направлениям математики и экономики, которые раскрываются следующим набором ключевых понятий и разделов современной науки:

- Проективные множества
- Пространства Канторовича
- Линейное программирование
- Оптимальный транспорт
- Рациональный раскрой
- Метод Ньютона — Канторовича
- «Канторович и Акилов»
- Оптимальные цены
- Наилучшее использование ресурсов

Канторович развивал и пропагандировал три большие методологические идеи:

- Единство теории и приложений.
- Единство абстракции и конкретики.
- Единство гуманитарного и точного мышления.

Первые две из них были связаны с его исследованиями в области функционального анализа — основой его общенаучных воззрений. Вот соответствующие суждения (см. [1]–[2]):

- *Функциональный анализ — наиболее яркое проявление коренного поворота в математике, совершающегося в настоящее время и по своему принципиальному значению сравнимому с тем, который произошел в ней, когда в математику вошла переменная величина (XVII век), что привело к открытию дифференциального и интегрального исчисления.*
- *... установилась традиция считать функциональный анализ дисциплиной чисто теоретической, далёкой от непосредственных приложений, которая в практических вопросах не может быть использована. Цель этой статьи — в известной степени разрушить эту традицию, указать на связь функционального анализа с вопросами прикладной математики, на то, что он может быть полезен и для занимающихся практическими приложениями математики. Именно, мы хотим показать, что идеи и методы функционального анализа могут быть использованы для построения и анализа эффективных*

*практических алгоритмов решения математических задачи таким же успехом, как для теоретического исследования этих задач. При этом в некоторых случаях получаемые с такой общей точки зрения результаты и оценки могут оказаться более законченными и точными, чем полученные для отдельной частной задачи.*

- ... во многих случаях общность рассмотрения и позволяла обнаружить более общие и в то же время более конкретные и глубокие закономерности и связи, так как не имеющие значений детали отбрасываются и не заслоняют сущности дела. Поэтому же становится яснее и родство различных по форме и происхождению вопросов.

Третью идею Канторович развивал в связи со своими экономическими исследованиями. В статье о взаимопроникновении математики и экономики отмечено (см. [3]):

- Развитие математической экономики требует применения все более совершенных и тонких моделей, все более рафинированных математических средств...
- Тонкого математического аппарата потребовала разработка моделей потребления в связи с необходимостью характеризовать предпочтения. На очереди анализ моделей со сложными системами интересов.
- Математические проблемы экономики в настоящее время являются и, по-видимому, еще некоторое время будут служить оселком, на котором оттачивается новый арсенал средств и концепций в ряде областей математики.

Под флагом идей Канторовича идет немало процессов в современной математике и экономике. Поскольку Канторович выделял в своем творчестве особо две темы — теорию упорядоченных векторных пространств и линейное программирование, на них стоит остановиться подробнее. Надо понимать, что такой выбор оставляет вне сферы обсуждения такие животрепещущие темы сегодняшнего дня, как проблемы оптимального транспорта и многоцелевой оптимизации (см. [4], [5]).

### ПРОСТРАНСТВА КАНТОРОВИЧА

Главным своим математическим достижением в области функционального анализа Канторович считал выделение специального класса порядково полных упорядоченных векторных пространств, которые в отечественной литературе именуют  $K$ -пространствами или пространствами Канторовича, так как в своих рабочих тетрадях Канторович писал о «моих пространствах».

В 1935 году в своей первой работе на эту тему Канторович писал (см. [6]):

- В этой заметке я определяю новый тип пространств, которые я называю линейными полупорядоченными пространствами. Введение этих пространств позволяет изучать линейные операции одного общего класса (операции, значения которых принадлежат такому пространству) как линейные функционалы».

Пространства Канторовича дали рамки для построения теории линейных неравенств, необходимой в приближенных вычислениях для оценок точности. Концепция неравенств весьма приспособлена для задач, связанных с приближенными вычислениями, где существенную роль играют разнообразные оценки точности полученных результатов. Поставщиком линейных неравенств была экономическая проблематика. Целесообразное и оптимальное поведение в

условиях ограниченных ресурсов естественно формулировать в терминах частичного сравнения.

### ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Линейное программирование — техника максимизации линейного функционала на множестве положительных решений системы линейных неравенств. Неудивительно, что открытие линейного программирования последовало вскоре за созданием основ теории пространств Канторовича. Термин «линейное программирование» был предложен в 1951 г. американским экономистом Тьялингом Купмансом. В 1975 г. Канторович и Купманс получили Нобелевскую премию по экономическим наукам с формулировкой «за их вклад в теорию оптимального распределения ресурсов». Особой заслугой Купманса стала пропаганда методов линейного программирования и защита приоритета Канторовича в открытии этих методов.

В США линейное программирование возникло только в 1947 г. в работах Джорджа Данцига. С оптимальным планом любой линейной программы автоматически связаны оптимальные цены или «объективно обусловленные оценки». Последнее громоздкое словосочетание Канторович выбрал из тактических соображений для повышения «критикоустойчивости» термина. Концепция оптимальных цен и взаимозависимость оптимальных решений и оптимальных цен — такова краткая суть экономического открытия Канторовича.

Современные исследования подтвердили, что идеи линейного программирования имманентны теории  $K$ -пространств. Было доказано, что выполнение любого из принятых вариантов формулировок принципа двойственности линейного программирования в абстрактной математической структуре с неизбежностью приводит к тому, что исходный объект является  $K$ -пространством. Прогресс булевозначного анализа продемонстрировал фундаментальное значение расширенных  $K$ -пространств. Каждое из таких пространств, как оказалось совершенно неожиданно, служит равноправной моделью вещественной прямой и, значит, играет в математике ту же фундаментальную роль. Пространства Канторовича дали новые модели поля вещественных чисел и обрели бессмертие.

Эвристика Канторовича постоянно получает блестящее подтверждение, доказывая целостность науки и неизбежность взаимопроникновения математики и экономики.

### УРОКИ И МЕМЫ

Путь Канторовича не триумфальное шествие. От открытия  $K$ -пространств до признания их фундаментальной роли в математике прошло несколько десятилетий. Книга «Экономический расчет наилучшего использования ресурсов», за которую Канторович фактически и получил Нобелевскую премию, была написана в 1942 г., а опубликована только в 1959. Линейно программирование, открытое в 1939 г. замалчивалось и заталкивалось локтями до его переоткрытия в США спустя почти десятилетие. Канторович был избран членом-корреспондентом не по математике, а по экономике, да и вакансия академика по математике была выделена не ему в год его избрания.

Канторовича выводили из ученых советов, подтравливали в прессе, облыгивали на совещаниях и прокрастинировали публикацию его статей. Замалчивают и минимизируют его идеи по сию пору. Дело это безнадежное — пигмеям не спрятать гиганта.

Противоречие между блестящими достижениями и детской неприспособленностью к практической линии жизни — один из важных парадоксов, оставленных нам Канторовичем. Сама его жизнь стала ярким и загадочным гуманитарным феноменом. Интравертность Канторовича, очевидная в личном общении, совершенно неожиданно сочеталась с публичной экстравертностью. Отсутствие ораторского дара соседствовало с глубиной логики и особыми приемами полемики. Его внутренняя свобода и самодостаточность, мягкость, доброта и исключительная скромность стояли в одном ряду с целенаправленной жесткостью и неутомимостью на пути к поставленной цели. Канторович дал нам образец наилучшего использования ресурсов личности в условиях внешних и внутренних ограничений.

Идеи Канторовича современны, так как направлены в будущее царство свободы и благоденствия человека.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Канторович Л. В., Акилов Г. П., Функциональный анализ в нормированных пространствах. М.: Физматгиз (1959). Zbl 1047.90504
- [2] Канторович Л. В., Функциональный анализ и прикладная математика // Успехи мат. наук. **3:6**, 89–185 (1948). MR0027947
- [3] Канторович Л. В., Гавурин М. К., Математика и экономика — взаимопроникновение наук // Вестн. ЛГУ, **13:3**, 31–38 (1977).
- [4] Villani C., Optimal Transport: Old and New. Berlin and Heidelberg: Springer-Verlag (2009). Zbl 1156.53003
- [5] Канторович Л. В., Избранные сочинения. Математико-экономические работы. Новосибирск: Наука (2011).
- [6] Канторович Л. В., О полупорядоченных линейных пространствах и их применениях в теории линейных операций // Докл. АН СССР, **4:1–2**, 11–14 (1935).

СЕМЁН САМСОНОВИЧ КУТАТЕЛАДЗЕ  
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА СО РАН,  
ПР. АКАДЕМИКА КОПТЮГА 4,  
630090, НОВОСИБИРСК, РОССИЯ  
*E-mail address:* sskut@math.nsc.ru